

Série A, n° 995

NUMÉRO D'ORDRE
1828

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. G. ARCAÏ

1^{re} Thèse. RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR L'AMORTISSEMENT DES OSCILLATIONS D'UN
BALANCIER (Influence des huiles).

2^e Thèse. PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le *11 JUIN 1925* devant la Commission d'examen.

MM. URBAIN, *Président.*

Jean PERRIN, {
ABRAHAM, { *Examineurs.*

BESANÇON

IMPRIMERIE JACQUES ET DEMONTROND

1925

Série A, n° 995

NUMÉRO D'ORDRE
1828

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. G. ARCAÏ

1^{re} Thèse. RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR L'AMORTISSEMENT DES OSCILLATIONS D'UN
BALANCIER (Influence des huiles).

2^e Thèse. PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le *11 JUIN 1925* devant la Commission d'examen.

MM. URBAIN, *Président.*
Jean PERRIN, { *Examineurs.*
ABRAHAM, {

BESANÇON

IMPRIMERIE JACQUES ET DEMONTROND

1925

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen. MOLLARD. *Professeur.* Physiologie végétale.

Doyen honoraire P APPELL.

Professeurs honoraires
 { P. PUISEUX.
 VÉLAIN
 BOUSSINESQ.



	ÉMILE PICARD.	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
	KOENIGS.	Mécanique physique et expérimentale.
	GOURSAT.	Calcul différentiel et calcul intégral.
	HALLER.	Chimie organique.
	JOANNIS.	Chimie (Enseignement P. C. N.).
	JANET.	Electrotechnique générale.
	WALLERANT.	Minéralogie.
	ANDOYER.	Astronomie.
	PAINLEVÉ.	Mécanique analytique et mécanique céleste.
	HAUG.	Géologie.
	H. LE CHATELIER.	Chimie générale.
	GABRIEL BERTRAND.	Chimie biologique.
	M ^{me} P. CURIE.	Physique générale et radioactivité.
	CAULLERY.	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
	C. CHABRIÉ.	Chimie appliquée.
	G. URBAIN.	Chimie minérale.
	ÉMILE BOREL.	Calcul des probabilités et Physique mathém.
	MARCHIS.	Aviation.
	JEAN PERRIN.	Chimie physique.
	ABRAHAM.	Physique.
	CARTAN.	Mécanique rationnelle.
	LAPICQUE.	Physiologie
	GENTIL.	Géographie physique.
	VESSIOT.	Théorie des groupes et calcul des variations.
	COTTON.	Physique générale.
	DRACH.	Application de l'analyse à la géométrie.
	C. FABRY.	Physique.
Professeurs.	CHARLES PEREZ.	Zoologie
	LEDUC.	Physique théorique et physique céleste.
	LÉON BERTRAND.	Géologie appliquée et géologie régionale.
	DANGEARD.	Botanique
	LESPIEAU.	Théories chimiques.
	RABAUD.	Biologie expérimentale.
	PORTIER.	Physiologie comparée.
	MAURAIN.	Physique du globe.
	MONTEL.	Mathématiques générales.
	WINTREBERT.	Anatomie et histologie comparées.
	DUBOSCQ.	Biologie maritime.
	N.	Géométrie supérieure.
	HÉROUARD.	Zoologie.
	RÉMY PERRIER.	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
	SAGNAC.	Physique théorique et physique céleste.
	BLAISE.	Chimie organique.
	PECHARD.	Chimie (Enseignement P. C. N.).
	AUGER.	Chimie analytique.
	M. GUICHARD.	Chimie minérale.
	GUILLET.	Physique.
	JULIA.	Mathématiques générales.
	MAUGUIN.	Minéralogie.
	BLARINGHEM.	Botanique.
	MICHEL-LEVY.	Pétrographie.

Secrétaire. DANIEL TOMBECK.

A LA MÉMOIRE

DE

E. PERREAU

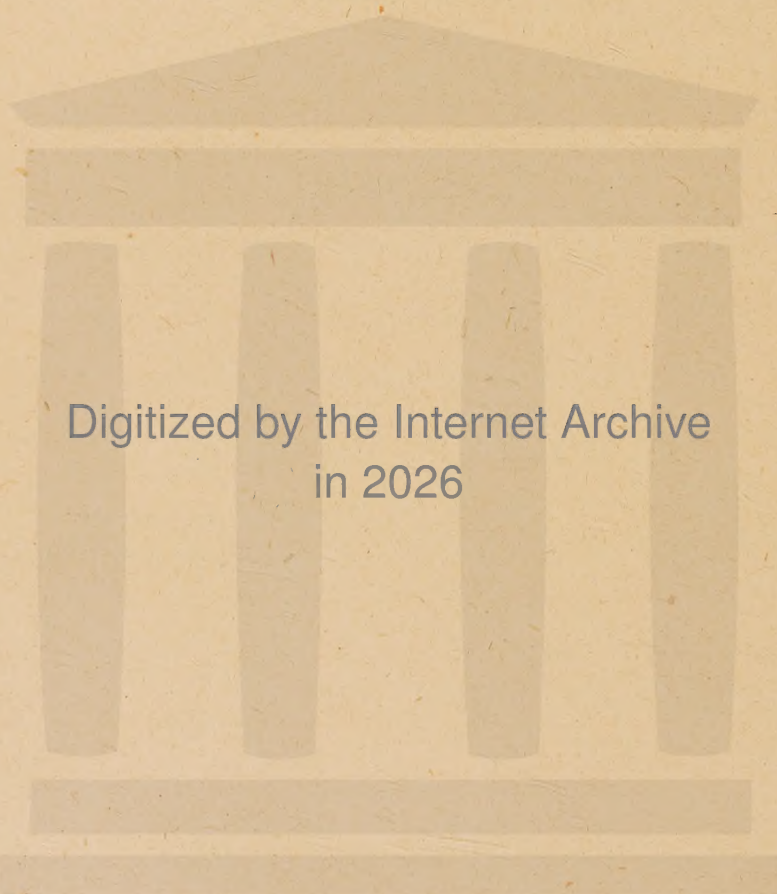
DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BESANÇON

M. MOULIN

DIRECTEUR DU LABORATOIRE DE CHRONOMÉTRIE

M. GUYOT & E. MALINESCÚ

INGÉNIEURS-HORLOGERS, ANCIENS ÉLÈVES DU LABORATOIRE
DE CHRONOMÉTRIE DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BESANÇON



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551825_0068

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR

L'AMORTISSEMENT DES OSCILLATIONS D'UN BALANCIER

(Influence des huiles)

INTRODUCTION

Celui qui utilise un chronomètre lui demande d'indiquer un intervalle de temps avec une précision déterminée et aussi constante que possible ; il lui suffit de connaître les causes qui agissent sur la marche et l'importance des variations, de là le grand nombre de recherches ayant pour but l'étude de l'influence de la température, de la pression, des champs magnétiques, etc., sur la marche ; de là les épreuves auxquelles on soumet dans certains observatoires les chronomètres.

L'observation des marches des chronomètres de marine ou de poche très soignés, bien réglés, placés dans des conditions particulières, quoique ordinairement employée, ne renseigne directement que sur les causes qui agissent sur la période, et indirectement que sur les frottements dont les variations se traduisent par des variations d'amplitude lorsque la pièce présente un défaut d'isochronisme, ce qui nécessite pour l'interprétation du résultat une étude préalable de l'isochronisme.

Même dans le cas où la durée d'oscillation est affectée, on ne peut utiliser cette méthode sans précaution ; ceci équivaldrait à ne se préoccuper dans un instrument d'optique que du grossissement et nullement du pouvoir séparateur.

Certes, par l'étude des marches journalières on arrive à déceler de très faibles différences de période, mais, pour que cette méthode de grossissement puisse être utilisée avec succès, il est nécessaire qu'il existe une différence, si faible soit-elle, et qu'il n'y ait pas entre les influences que l'on veut déceler une sorte de compensation. Or, c'est presque toujours ce qui se produit, comme nous le verrons par la suite ; l'amplification est alors illusoire et dangereuse, le pouvoir séparateur étant nul ou très faible.

Les frottements divers qui s'exercent sur l'organe régulateur ne réagissant qu'accidentellement sur la période, la méthode précédente ne permet pas leur étude systématique, mais l'expérience montre que, quelles que soient les précautions prises, un système oscillant libre, pendule ou balancier associé à un spiral, abandonné à lui-même après avoir été écarté de sa position d'équilibre, revient au repos au bout d'un temps plus ou moins long. A chaque oscillation

du balancier disparaît donc une fraction plus ou moins grande de l'énergie initiale, fraction égale à la somme des travaux accomplis par les forces passives au cours de cette oscillation. En variant les expériences, en modifiant leurs conditions, on peut préciser ces forces passives, identifier les divers frottements qui agissent : les uns plus apparents parce qu'ils se produisent au contact de deux portions de matières différentes, mobiles l'une par rapport à l'autre, les autres mieux dissimulés parce qu'ils se produisent à l'intérieur de la matière, mais non moins importants.

Si l'évaluation totale du travail ainsi absorbé est, théoriquement du moins, chose aisée, la part qui revient à chacun de ces frottements particuliers, et que le constructeur et le régleur ont besoin de connaître, est loin d'être complètement établie, non pas seulement parce que leur détermination expérimentale est très délicate étant donnée leur petitesse, mais aussi parce que la méthode de l'amortissement des oscillations n'a pas suffisamment retenu l'attention des chercheurs.

Dans ce travail je me suis proposé d'étudier cette méthode et de montrer quels services elle pouvait rendre soit sous sa forme la plus simple d'observation directe pour classer les divers phénomènes, soit perfectionnée par l'enregistrement photographique pour déterminer la valeur numérique des divers coefficients de frottement. Enfin, pour interpréter les résultats mis en évidence au cours de cette étude, j'ai été conduit à tenter une théorie des huiles.

Ces recherches ont été effectuées au Laboratoire de Chronométrie de la Faculté des Sciences de Besançon fondé peu de temps avant la guerre et que la mort prématurée de Marcel Moulin avait laissé sans grandes ressources matérielles ; elles n'auraient donc pas été possibles sans le dévouement et l'habileté professionnelle de MM. A. Tissot, horloger régleur, et P. Petit, mécanicien de précision, qui ont exécuté avec grand soin tous les appareils dont j'avais besoin. A ces deux précieux collaborateurs et à mon excellent collègue et ami M. Louis Guillin j'adresse mes plus sincères remerciements.

M. Lebeuf, Directeur de l'observatoire, tuteur vénéré du Laboratoire, et M. Chaudier, Doyen de la Faculté des Sciences, ne m'ont pas ménagé leurs conseils éclairés et je dois beaucoup à leur bienveillance agissante, je les prie de bien vouloir croire à ma profonde reconnaissance.

Qu'il me soit enfin permis de m'incliner respectueusement devant Messieurs les Professeurs Urbain, Jean Perrin et Abraham qui ont bien voulu accepter d'examiner ce travail !

PREMIÈRE PARTIE

Détermination et classification des causes d'amortissement

Parmi les causes qui contribuent à l'amortissement des oscillations d'un balancier, les unes tirent leur origine de l'organe régulateur lui-même et, quoique variant sous certaines influences que nous préciserons, ne peuvent être supprimées : ce sont les frottements des pivots et l'énergie dissipée dans les déformations continuelles du spiral ; les autres sont fonction des conditions de fonctionnement et il est donc possible de les faire varier au cours des expériences.

1. INFLUENCE DE LA PRESSION

A toute variation de pression correspond une variation de marche.

Exemple :

PRESSION en $\frac{m}{m}$ de mercure	CHRONOMÈTRE 11	CHRONOMÈTRE 12
14 $\frac{m}{m}$	Variation diurne : + 11 ^s	Variation diurne : + 36 ^s 7
747 $\frac{m}{m}$	— — 5 ^s 8	— + 2 ^s 5
2.267 $\frac{m}{m}$	— — 25 ^s 7	— 0
(+ indique une avance)		température : 0°
(- indique un retard).		

A toute variation de pression correspond une variation d'amplitude moyenne des oscillations du balancier.

Exemple :

N° des chronom.	AMPLITUDES A LA PRESSION DE				DIAMÈTRE du balancier	HAUTEUR du balancier	OBSERVATIONS
	736 $\frac{m}{m}$	49 $\frac{m}{m}$ (1)	36 $\frac{m}{m}$ (2)	30 $\frac{m}{m}$ (3)	736 $\frac{m}{m}$	(1/10 $\frac{m}{m}$) (1/10 $\frac{m}{m}$)	
1	260°	270°	280°	270°	255°	164	12
2	270°	285°	285°	285°	270°	»	»
3	270°	280°	285°	280°	270°	»	»
4	280°	310°	300°	310°	280°	»	»
5	270°	300°	300°	300°	275°	»	»
6	260°	275°	280°	275°	265°	»	»
7	230°	255°	250°	255°	240°	186	15 ¹
8	200°	190°	190°	190°	190°	»	»
9	230°	250°	245°	255°	235°	»	»
10	210°	220°	210°	220°	220°	156	10 ²
11	280°	305°	315°	310°	285°	165	10
12	280°	310°	315°	300°	280°	»	»
13	200°	220°	225°	220°	210°	108	7 ³

¹ Inclinaison de la montre pendant les expériences.

² Balancier non coupé spiral elinvar.

³ Montre 25 $\frac{m}{m}$ de diamètre.

Remarques :

1° Les montres étaient placées horizontalement dans une atmosphère desséchée par du chlorure de calcium.

2° Pendant les expériences, la température a varié de 17°2 à 18°.

3° Les lectures ont été faites pour (1) 5 minutes après avoir abaissé la pression ; pour (2) 15 minutes après ; pour (3) 50 minutes après ; pour (4) 30 minutes après la rentrée d'air.

N ^{os} des chronom.	AMPLITUDES A LA PRESSION DE					OBSERVATIONS
	738 m/m	2639 m/m	1879 m/m	1119 m/m	738 m/m	
11	285°	250°	270°	280°	285°	Température 18°. Atmosphère desséchée par du chlorure de calcium.
»	260°	225°	240°	250°	260°	
»	200°	175°	185°	195°	200°	
12	275°	235°	235°	240°	250°	
13	245°	225°	235°	240°	250°	
2	250°	230°	240°	250°	250°	
8	260°	230°	240°	250°	260°	

L'examen attentif de ce tableau montre que l'influence de la pression est d'autant plus sensible que les frottements sont plus réduits ; c'est là une remarque très générale sur laquelle il faut insister : la séparation des diverses causes d'amortissement est d'autant plus nette que l'amortissement est plus faible. Certains phénomènes disparaissent même complètement, et c'est ce qui rend ces études très délicates lorsque, pour une cause quelconque, cet amortissement dépasse une certaine valeur variable dans chaque cas.

Des expériences faciles à répéter révèlent deux faits importants :

1° Dans l'air raréfié, le mouvement oscillatoire s'amortit moins rapidement que dans l'air à la pression ordinaire ;

PRESSION	TEMPS EN SECONDES AU BOUT DUQUEL LES AMPLITUDES SONT DE					OBSERVATIONS
	360°	270°	180°	90°	0°	
170 m/m	0	28	72	109	238	Balancier plein spiral acier trempé, pivots huilés, température 17°.
742 m/m	0	25	62	97	222	
1.502 m/m	0	18	51	82	238	

2° Un petit pendule léger constitué par un fil de cocon ou une mince feuille d'or, approché à petite distance d'un balancier oscillant, oscille également

N ^{os} des Chronom.	BALANCIER		AMPLITUDE des oscillations	DISTANCE de la feuille d'or		OBSERVATIONS
	Diamètre	Hauteur		Radiale	Verticale	
11	16 m/m	5 1 m/m	270°6,	8 m/m		Feuille oscille nettement. } Chronomètre Pas de variation sensible. } marchant L'action est d'autant plus } avec poids. sensible qu'on se rappro- } Chronomètre che de la périphérie. } marchant des vis } avec un barillet.
	id.	id.	180°	id.		
	id.	id.	180°		2 m/m 2 au-dessus des vis	

D'où l'on déduit d'une part que l'oscillation dans l'air consomme plus d'énergie que dans le vide et que, d'autre part, le balancier entraîne dans son mouvement une gaine gazeuse, surtout étendue dans son plan.

Ces expériences permettent d'expliquer ce qui se passe lorsque, toutes les autres conditions restant les mêmes, l'humidité en particulier restant constante, on soumet les chronomètres à des variations de pression. Par suite de la masse d'air entraînée, le moment d'inertie du système, somme du moment d'inertie du balancier et de celui de la gaine gazeuse qui l'accompagne dépend de la viscosité et de la densité de l'air ; or, la viscosité est indépendante de la pression (1), mais la densité lui est proportionnelle ; donc le moment d'inertie du système croîtra avec la pression, ce qui se traduit par un retard sensiblement proportionnel à la pression, du moins pour les faibles pressions.

La perte d'énergie due à l'action du milieu extérieur se traduit, la force motrice restant constante, par une variation de l'amplitude des vibrations et met en évidence le défaut d'isochronisme ; son résultat est donc le même que celui que l'on obtient en imposant au balancier des amplitudes moyennes déterminées par un choix convenable de la force motrice. Ceci explique les résultats contradictoires auxquels l'observation de la marche des chronomètres employée comme moyen d'investigation peut conduire : que des chronomètres prennent de l'avance aux petites amplitudes et l'influence de la variation de pression est, sinon complètement masquée, du moins fortement atténuée.

L'étude de la marche des montres peut encore permettre de constater que l'action de la pression atmosphérique augmente quand le diamètre du balancier diminue (2) ; mais l'expérience rapportée plus haut montre qu'elle ne peut donner aucun renseignement sur l'épaisseur de la couche entraînée, ni sur la façon dont elle dépend de la vitesse, car les observations étant faites sur des chronomètres complets établis sans qu'il ait été tenu compte de cet entraînement, et par conséquent sans éviter la présence d'obstacles, sont très sérieusement affectées par les remous qui se produisent.

La même méthode n'a pas permis, même avec les meilleurs chronomètres jusqu'ici utilisés, de mettre en évidence la variation de l'effet de la pression avec la variation de la température, car la viscosité de l'air variant dans le même sens que la température, et la densité en sens inverse, il en résulte une sorte de compensation.

L'étude de l'amortissement des oscillations du système balancier-spiral isolé ne met pas seulement en évidence l'effet total du milieu dans lequel il se meut sur l'organe régulateur, mais elle permet encore de préciser l'origine de la perte d'énergie qu'il semblait naturel d'attribuer uniquement à l'effet de la résistance de l'air au mouvement du balancier qui provient à la fois de son inertie, c'est-à-dire des changements de vitesse et de direc-

(1) Kundt et Warburg, depuis 750 millimètres jusqu'à 1 millimètre.

(2) Ditisheim : La variation des chronomètres avec la pression atmosphérique (*Journal suisse d'horlogerie*, année 1904). Ch. Ed. Guillaume, C. R. 1904.

Hérique. — Communication au Congrès de Chronométrie, octobre 1923.

tion que le balancier fait subir aux molécules d'air, de son frottement sur le balancier par suite d'un glissement à la paroi (1), et de sa viscosité.

Pour interpréter les résultats obtenus au cours de certaines expériences, j'ai été conduit à allonger l'axe de l'oscillateur de façon à examiner séparément l'influence du milieu extérieur sur le balancier et le spiral. La figure 1

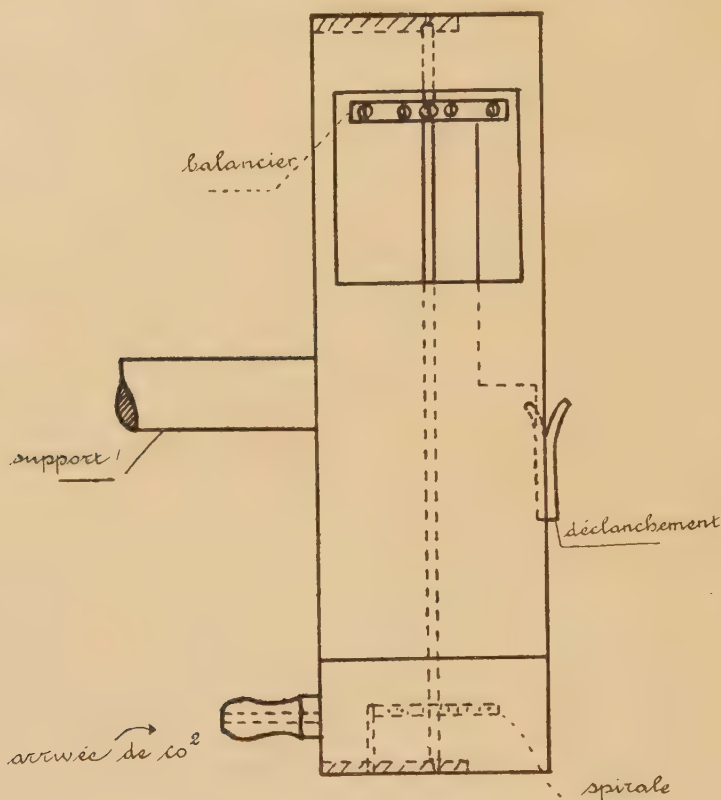


fig. 1

montre l'appareil réalisé. C'est un cylindre en laiton de 30 m/m de diamètre et de 100 m/m de long environ, percé dans sa moitié supérieure de larges ouvertures que l'on peut obturer au moyen d'une virole ; aux deux extrémités du tube (sur lesquelles s'ajustent des manchons dans lesquels sont serties des glaces portant des traits de repère) sont fixées les pièces portant les contre-pivots. On peut ainsi transformer la partie inférieure ou l'ensemble en une boîte close et faire osciller le balancier et le spiral, distants de 70 m/m, dans le même milieu ou dans des milieux différents.

Dans mes expériences, j'ai opéré dans l'air et dans l'acide carbonique ;

(1) Mis en évidence par les expériences de Kundt et Warburg (M. Brillouin : *Leçons sur la viscosité*, tome II).

le balancier, primitivement écarté de 360° et maintenu par un doigt, était déclenché de l'extérieur au moment opportun et on notait les temps au bout desquels l'amplitude était réduite à 270°-180°, etc.

J'ai ainsi obtenu les résultats suivants : (Dans cette série la température était 30°, l'axe vertical, les pivots légèrement huilés, leur diamètre : 12/100 mm et leur jeu 1/100 m/m la période 0^s75).

CONDITIONS DE L'EXPÉRIENCE (1)	TEMPS, EN SECONDES, AU BOUT DUQUEL LES AMPLITUDES SONT						
	360°	270°	180°	90°	60°	30°	0°
1 Balancier et spiral oscillent à l'air	0	13	30	55	64	75	109
2 <i>idem</i>	0	14	30	56	65	75	109
3 Balancier à l'air et spiral dans CO ²	0	12	27	50	59	71	103
4 <i>idem</i>	0	12	27	51	59	70	103
5 Balancier et spiral oscillent à l'air	0	13	29	54	—	73	109
6 <i>idem</i>	0	13	29	55	63	75	110
7 Balancier dans l'air et spiral dans CO ³	0	11	25	50	59	70	103
8 <i>idem</i>	0	11	26	51	59	70	104
9 Balancier et spiral oscillent à l'air	0	13	29	54	64	74	109
10 <i>idem</i>	0	13	29	55	64	75	110
11 Balancier et spiral oscillent dans CO ²	0	13	25	50	58	68	103
12 <i>idem</i>	0	13	25	50	59	69	103
13 <i>idem</i>	0	12	24	50	58	68	103
14 Balancier et spiral oscillent à l'air	0	13	29	56	66	76	110
15 <i>idem</i>	0	14	29	56	66	76	111

Des fuites d'acide carbonique ayant été constatées au cours des expériences 11-12-13, de sorte que le pourcentage en CO² au voisinage du balancier variait pendant l'amortissement, l'axe a été retourné bout pour bout et de nouvelles séries d'expériences effectuées.

Le tableau suivant donne une de ces séries, effectuée à la température de 26 degrés.

CONDITIONS DE L'EXPÉRIENCE (2)	TEMPS, EN SECONDES, AU BOUT DUQUEL LES AMPLITUDES SONT						
	360°	270°	180°	90°	60°	30°	0°
1 Balancier et spiral oscillant dans l'air	0	18	41	88	105	143	183
2 <i>idem</i>	0	18	41	87	104	140	181
3 <i>idem</i>	0	18	42	86	104	143	182
4 Balancier dans CO ² ; spiral dans l'air	0	16	43	82	103	135	175
5 Balancier et spiral oscillent dans l'air	0	17	41	86	108	140	183
6 Balancier dans CO ³ ; spiral dans l'air	0	18	42	83	105	130 (?)	175
7 <i>idem</i>	0	18	42	82	104	135	175
8 Balancier et spiral oscillent dans l'air	0	18	44	84	106	140	184
9 Balancier et spiral dans CO ²	0	16	36	76	104	140 (?)	169
10 <i>idem</i>	0	16	34	74	104	138 (?)	167
11 Balancier et spiral oscillent dans l'air	0	17	41	84	109	142	183

(1) Il est remarquable de constater avec quelle régularité se reproduisent les temps d'amortissement au cours des expériences 5, 6, 9, 10, 14, 15.

- (2) Même remarque que précédemment.

Quelques remarques doivent être faites : les observations des amplitudes dans cette série de mesures, se faisant par réflexion dans un miroir, sont moins précises que dans les séries où le balancier est à la partie supérieure.

Enfin, au cours des expériences 9 et 10, l'étanchéité de la boîte laissait encore à désirer, entraînant une modification du milieu dans lequel le spiral se mouvait.

De ces expériences nous pouvons déduire les conséquences suivantes : les déformations du milieu dans lequel il se meut, produites par le spiral en vibrant, sont, sinon la cause la plus importante (l'imprécision des expériences ne permet pas encore de l'affirmer), du moins une cause très importante de l'absorption de l'énergie, due au milieu extérieur et révélée par l'amortissement ; de plus, dans l'effet constaté, la densité du milieu joue un rôle prépondérant.

On peut, en première analyse, interpréter ces résultats en remarquant que, pendant la rotation du balancier, le rayon de courbure des spires (1) du spiral se modifie :

$$\rho' - \rho'_0 = \alpha \left(a - \frac{\frac{3}{2}\rho'^2_0}{L} - \frac{3a\rho'_0\alpha}{L} \right)$$

ρ'_0 et ρ' étant le rayon de courbure avant et après rotation d'un angle α en un point d'une spire située sur un axe fixe, L , la longueur totale du spiral, courbe comprise, a , le rayon générateur de la développante de cercle à laquelle on assimile le spiral.

Cette variation apparente est faible pour les spires voisines du centre, nulle pour une spire dont le rayon primitif est :

$$\rho'_0 = \sqrt{\frac{4}{3}} R'_0$$

R'_0 étant le rayon total du spiral.

Au cours des oscillations du balancier, le rayon de courbure varie périodiquement ; il en résulte une série de compressions et de dilatations des lames d'air, comprises entre les spires, qui agissent à la façon de cylindres pulsants.

Le travail fourni par le spiral à chaque oscillation est proportionnel à $\frac{p}{V^3}$ p étant la pression, V la vitesse de propagation de la déformation. Or la vitesse de propagation est en raison inverse de la racine carrée de la densité ; elle est donc 1.236 fois plus grande dans l'air que dans l'acide carbonique et à égalité de pression, l'énergie fournie par le spiral est donc 1,890 fois plus grande quand le spiral oscille dans l'acide carbonique que lorsqu'il oscille dans l'air.

L'expérience confirme qualitativement ce résultat.

La valeur de la variation du rayon de courbure dépend du carré de ce rayon et de l'inverse de la longueur du spiral ; on diminue donc la déformation

(1) MOULIN, C. R. Académie des sciences, 1913.

par conséquent l'énergie absorbée à égalité de moment élastique, en substituant à un spiral donné un spiral plus court et plus mince. Il est à remarquer que c'est à ce résultat que sont arrivés empiriquement les régleurs qui emploient de préférence, dans leurs pièces de concours d'observatoire, des spiraux de faible diamètre extérieur.

2. INFLUENCE DU MÉTAL CONSTITUANT LE SPIRAL

La déformation d'un fil métallique absorbe de l'énergie (1) ; un spiral ne travaille donc pas gratuitement et l'étude des amortissements permet en quelques minutes de se rendre compte que, suivant leur nature, les spiraux sont d'un entretien plus ou moins onéreux.

Ainsi j'ai obtenu :

NATURE DU SPIRAL	TEMPS EN SECONDES, AU BOUT DUQUEL LES AMPLITUDES SONT					OBSERVATIONS
	360°	270°	180°	90°	0	
Spiral acier trempé	0	27	62	97	220	Période 0 ^m 6, température 17°5, diamètre spiral bronze = 1/2 dia- mètre spiral acier.
Spiral bronze	0	25	60	95	195	

Cependant, quoique l'expérience soit relativement commode pour un horloger, il a fallu arriver jusqu'à Rozé (2) pour qu'on le soupçonnât.

C'est en étudiant l'amortissement des oscillations d'un balancier libre associé à un spiral cylindrique, que Rozé montra très simplement la perte d'énergie absorbée par le spiral ; c'est par une méthode analogue (étude de l'amortissement du pendule de torsion), qu'a été acquis le peu que nous savons (3) sur ce qu'on a appelé le frottement intérieur des métaux que, en première analyse et pour des déformations très petites, nous pouvons considérer comme proportionnel à la vitesse, ce qui découle de la constance du rapport de deux amplitudes consécutives.

Ce frottement est une fonction de la vitesse de déformation, variant très rapidement avec la température, sauf pour les températures ordinaires, et d'autant plus grand que le métal qui constitue le spiral est, aux températures d'observation, plus près de son point de fusion.

Lorsque, toutes les autres conditions restant les mêmes, on fait varier la température du milieu dans lequel fonctionne un chronomètre, on observe, si des précautions spéciales n'ont pas été prises, une variation de marche.

(1) COULOMB. *Mémoires publiés par la Société française de physique.*

(2) ROZÉ. *C. R. Académie des sciences*, 1868.

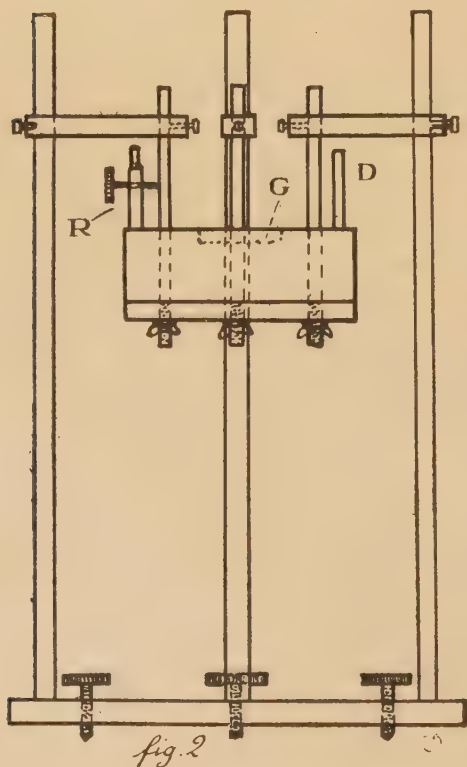
(3) Voir C.-E. GUYE. *Journal de physique* 1912 ou *Archives de Genève*, 4^e série, tome XXXIV.

N ^o des pièces	MARGE DIURNE AUX TEMPÉRATURES			VARIATION par degré centigr.	CONDITIONS DE L'EXPÉRIENCE	
	0°	15°	30°		Balancier	Spiral
1	+104 ^s		—106 ^s 5	7 ^s	Nickel plein	Acier-nickel A
2	+111 ^s		—102 ^s	7 ^s 1	»	»
3	—2 ^s		—228 ^s	7 ^s 6	»	»
4	+329 ^s		—213 ^s	18 ^s	Nickel plein	Acier-nickel B
5	+355 ^s		—198 ^s	18 ^s 4	»	»
6	+284 ^s		—230 ^s	17 ^s 1	»	»
7	+3 ^s 5		—1 ^s 5	0 ^s 16	Nickel plein	Autocompens. C
T 19'715	+51 ^s	+49 ^s	+44 ^s	0 ^s 23	Nickel plein	Auto-compensateur D
T 19'716	+38 ^s	+26 ^s	+21 ^s	0 ^s 56	»	»
T 19'717	+41 ^s	+37 ^s	+27 ^s	0 ^s 46	»	»
T 19'718	+39 ^s	+27 ^s	+22 ^s 5	0 ^s 58	»	»
T 19'719	+49 ^s 5	+40 ^s	+36 ^s	0 ^s 45	»	»
T 19'720	+18 ^s 5	—4 ^s 5	—4 ^s	0 ^s 75	»	»

La température s'élevant, le module d'élasticité varie, décroît pour les métaux ordinaires, croît ou reste constant pour certains aciers au nickel (1), tandis que les dimensions linéaires du spiral et du balancier monométallique croissent ; l'effet résultant est, dans le cas général, un retard croissant avec la température.

La variation de température se traduit encore par une variation de l'amplitude moyenne des oscillations qui décroît notablement à la glacière, tandis qu'elle croît légèrement pour des températures voisines de 50°.

Pour ces recherches j'ai réalisé le dispositif ci-contre : Le chronomètre était enfermé dans la chambre étanche C, suspendue à trois colonnes rigides de façon à pouvoir être placée commodément soit dans un mélange réfrigérant (glace pilée et nitrate d'ammoniaque), soit dans un bain d'eau maintenue à température constante ; un robinet R à pointeau permettait, soit de faire communiquer la chambre avec le milieu extérieur, soit d'y faire le



(1) Ch.-Ed. GUILLAUME. Publications diverses. En particulier *Résumé* : Les aciers au nickel pour l'horlogerie. Société Neuchâteloise des sciences naturelles, Neuchâtel, 1920.

vide ou d'y comprimer de l'air. Le même appareil m'a servi dans mes études d'amortissement ; dans ce cas la platine portant le balancier remplaçait le chronomètre et un dispositif simple permettait de libérer de l'extérieur le balancier écarté de sa position d'équilibre, en agissant sur un petit basculeur au moyen d'une tige de laiton D coulissant dans une virole ; le tout était isolé du milieu extérieur par une gaine de caoutchouc à vide.

L'observation était faite à travers une glace sertie dans la partie supérieure.

Au cours d'une série d'expériences, j'ai obtenu par exemple les résultats suivants avec un chronomètre de poche ayant marché trois ans (huiles par conséquent vieilles).

N ^{os} des expériences	TEMPÉRATURE	AMPLITUDE MOYENNE des oscillations	OBSERVATIONS
I 1	+23°	270°	Dans toutes les expériences, l'air de la chambre était desséché par du chlorure de calcium.
2	0°	225°	
3	—14°	180°	
II 4	+23°	240°	
5	55 à 60°	250°	

Nota : Pour éviter que la montre ne rébatte aux hautes températures l'amplitude moyenne des oscillations, dans la seconde série d'expériences, avait été réduite en agissant sur la force motrice ; d'après la remarque faite plus haut, on ne peut donc pas comparer l'ordre de grandeur des variations d'amplitude au cours des expériences 4 et 5 avec celui observé au cours des expériences 1, 2 et 3.

Le mouvement ayant été complètement nettoyé et fonctionnant sans huile au rouage et à l'échappement, le ressort moteur et les pivots du balancier, étant seulement très légèrement gras, j'ai trouvé, les expériences ayant été faites dans les mêmes conditions que précédemment :

N ^{os} des expériences	TEMPÉRATURE	AMPLITUDE MOYENNE des oscillations	OBSERVATIONS
6	+24°	275°	Air desséché par du chlorure de calcium.
7	—8°	230°	

L'observation de l'amortissement des oscillations du système oscillant de cette montre, isolé, a donné (après nettoyage complet à l'éther des huiliers et des pivots) :

TEMPÉRATURE	TEMPS, EN SECONDE, AU BOUT DUQUEL LES AMPLITUDES SONT						
	360°	270°	180°	90°	60°	30°	0°
—7°	0	15 ^s	35 ^s	69 ^s	97 ^s	122 ^s	192 ^s
+25°	0	15 ^s	35 ^s	70 ^s	103 ^s	130 ^s	222 ^s
+72°	0	15 ^s	35 ^s	74 ^s	108 ^s	140 ^s	230 ^s

L'amortissement est donc plus rapide quand la température s'abaisse, le

balancier étant fendu. Avec un balancier plein, les expériences étant faites dans les mêmes conditions, c'est-à-dire sans huile aux pivots, l'effet est moins net, du moins à la pression atmosphérique.

TEMPÉRATURE	TEMPS, EN SECONDES, AUQUEL LES AMPLITUDES SONT					OBSERVATIONS
	360°	270°	180°	90°	0°	
+20°	0	21	51	83	188	Atmosphère desséchée par chlorure de calcium.
—9°	0	21	50	88	196	
+20°	0	21	51	87	193	
+68°	0	23	50	88	200	

Il n'en est pas de même si l'on opère à pression réduite :

TEMPÉRATURE	PRESSION	TEMPS, EN SECONDES, AU BOUT DUQUEL LES AMPLITUDES SONT						
		360°	270°	180°	90°	60°	30°	0°
—5°	100 m/m	0	12	47	89	103	119	170
+27°	160 m/m	0	25	60	92	110	132	200
+74°	170 m/m	0	28	64	110	130	160	232

Ces résultats, en apparence contradictoires, révèlent la superposition de plusieurs phénomènes dont les effets s'ajoutent algébriquement.

Ces phénomènes sont : d'une part, une très faible variation de la viscosité de l'acier dans l'intervalle des températures où j'ai opéré, et une variation de la viscosité de l'air, toutes deux croissantes avec la température et se traduisant par un accroissement de l'amortissement avec la température observé avec le balancier plein entre —9° et +20°; d'autre part, l'énergie absorbée par l'effet pulsant du spiral, qui dépend surtout de la densité du milieu ainsi que je l'ai montré plus haut.

Dans le cas du balancier plein, à la pression atmosphérique ces effets se compensent à peu près dans les conditions de nos expériences; mais cette compensation ne se maintient pas à d'autres pressions; en particulier, si la pression s'abaisse, l'influence de la variation de densité de l'air l'emporte et l'amortissement diminue quand la température s'élève.

Le cas du balancier coupé est plus complexe, le balancier se déformant avec la température : l'action supplémentaire de l'ouverture au froid et de la fermeture au chaud de la serge vient s'ajouter à l'effet de la variation de la densité de l'air.

Il convient de souligner que, dans les expériences qui précèdent, j'ai opéré sans huile, les pivots étant seulement très légèrement gras pour éviter toute détérioration des parties frottantes; dans le fonctionnement normal des chronomètres, il convient d'ajouter encore l'effet des huiles que la diminution d'amplitude des oscillations obtenues dans les expériences 1, 2 et 3, comparée à celle observée dans les expériences 6 et 7 relatées plus haut, met nettement en évidence. Nous l'examinerons plus loin (1).

(1) Nous verrons plus loin que les huiles introduisent également un frottement fonction de la vitesse, très rapidement décroissant quand la température s'élève. Berthoud y voyait un moyen de compenser l'influence de la température sur le moment élastique du spiral.

Cette variation de l'amortissement n'est cependant pas suffisante pour expliquer l'importante variation d'amplitude constatée à la glacière. (Dans le cas d'un balancier coupé, nous avons vu qu'il y avait une compensation des effets thermiques sur les différents facteurs) et il convient de chercher ailleurs, d'autant plus que l'étude de la force motrice poursuivie dans les mêmes intervalles de température, m'a montré par le tracé des diagrammes une très légère diminution de la force motrice quand la température s'élève.

L'énergie cédée à chaque impulsion par l'organe moteur au balancier doit, pour que l'amplitude reste constante, compenser exactement celle dissipée par les frottements divers au cours de l'oscillation ; cette énergie a pour expression, C étant le moment élastique du spiral :

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} C \alpha \, d\alpha$$

α_0 étant l'amplitude initiale, α_1 l'amplitude finale. Si l'énergie restituée n'est pas suffisante, l'amplitude diminuera, mais cette insuffisance peut provenir de deux causes : variation trop grande de α ou variation de C ; or, C est fonction de la température puisqu'il dépend du module d'élasticité E qui décroît quand la température croît.

$$C = \frac{E c^3 h}{12 L}$$

e, h, L étant l'épaisseur, la hauteur et la longueur de la lame qui constitue le spiral.

Dans le cas d'un spiral élinvar, on ne doit donc observer aucune variation d'amplitude, les conditions expérimentales restant les mêmes.

J'ai fait l'expérience avec un chronomètre de poche, spiral auto-compensateur, balancier nickel non coupé, pivots très légèrement gras.

TEMPÉRATURE	AMPLITUDE	OBSERVATIONS
18°	240°	Atmosphère sèche. Observations faites après 30 minutes à température constante.
—10°	240°	
17°	220°	
68°	225°	

Le chronomètre avec lequel j'ai fait cette expérience ayant une amplitude moyenne d'oscillation un peu faible, indice de frottements importants, il était à craindre que le phénomène ne fût en partie masqué.

Une nouvelle série d'expériences a été faite dans les mêmes conditions

Cornulier, ayant observé que le terme en t_0 de la formule Lieussou-Villardeau a un coefficient si faible que la plupart des observateurs l'ont négligé, écrivait : « Dans les chronomètres comme dans les montres la compensation s'opère au moyen des huiles. L'appareil métallique n'est pas réglé de manière à compenser l'effet total de la température sur le spiral, mais seulement ce qui en reste après qu'une partie en a été détruite par l'effet en sens contraire des huiles. Si ces dernières se réduisent peu à peu par l'évaporation, leur action compensatrice diminue avec leur volume et l'appareil métallique, qui travaille toujours de la même manière, devient de plus en plus insuffisant. »

que précédemment avec un chronomètre réglé en vue de satisfaire aux épreuves de l'Observatoire de Besançon, le balancier acier laiton étant associé tantôt à un spiral acier, tantôt à un spiral élinvar, les durées d'oscillation étant les mêmes dans les deux cas.

N ^o	TEMPÉRATURE	AMPLITUDE MOYENNE du balancier	NATURE du spiral	OBSERVATIONS
1	+16°	290°	Acier trempé	Atmosphère sèche. Mélange réfrigérant de glace et nitrate d'ammoniaque. Observation faite au bout de 1 ^h 40 ^m .
2	—7°5	270°	<i>id.</i>	
3	+16°	290°	<i>id.</i>	
4	+16°	280°	élinvar	Atmosphère sèche. Même mélange. Observation faite au bout de 1 ^h 45 ^m .
5	—8°	280°	<i>id.</i>	
6	+16°	280°	<i>id.</i>	

Les expériences ont été recommencées, le chronomètre étant cette fois en état de marche normale, c'est-à-dire avec pivots lubrifiés.

N ^o	TEMPÉRATURE	AMPLITUDE MOYENNE du balancier	NATURE du spiral	OBSERVATIONS
7	+16°	310°	Acier trempé	Atmosphère sèche. Même mélange. Le spiral était celui des expériences 1, 2, 3.
8	—10°	280°	<i>id.</i>	
9	+16°	310°	<i>id.</i>	

Outre les résultats que je désirais mettre en évidence, ces tableaux montrent : que l'entretien des oscillations est plus onéreux dans le cas d'un spiral élinvar que dans le cas d'un spiral acier trempé et que, malgré l'opinion de certains praticiens, les huiles diminuent les frottements et fixent l'importance de leur rôle dans la diminution de l'amplitude des oscillations du balancier à la glacière.

De cette étude, il résulte que l'action de la température modifie à la fois la marche, phénomène très connu qui conduit à la compensation, et entraîne des variations d'amplitude susceptibles d'agir également sur la marche par suite d'un défaut d'isochronisme ; leur effet est trop faible pour que l'on ait à en tenir compte dans la détermination du module d'élasticité en fonction de la température, mais elles sont une des causes de l'erreur secondaire et jusqu'ici, quoique ceci ait été pressenti par Cornulier, il ne semble point qu'on y ait prêté une grande attention. Ceci explique cependant ce fait constaté par les régleurs qu'en faussant l'isochronisme, on augmente l'erreur secondaire, même avec des balanciers Guillaume.

CHRONOMÈTRE T 41.298. BALANCIER GUILLAUME. SPIRAL ACIER

ESSAI D'ISOCRONISME			ESSAI DE COMPENSATION		
Amplitude	Variation diurne	Observations	Température	Variation	Observations
180°	—7 ^s 2	Marche avec poids	15°	—5 ^s 9	Marche avec ressort
250°	—5 ^s 2	agissant sur roue de centre.	30°	—6 ^s 6	de barillet.
			0°	—6 ^s 6	

Donc erreur secondaire 0^s7.

Les goupilles limitant la partie active du spiral ayant été très légèrement ouvertes (angle total de liberté du spiral 14° environ) pour donner du retard aux petites amplitudes, les résultats suivant sont obtenus :

ESSAI D'ISOCRONISME			ESSAI DE COMPENSATION		
Amplitude	Variation diurne	Observations	Température	Variation diurne	Observations
180°	— 72^s	Marche avec poids.	15°	— 50^s	Marche avec ressort de barillet.
250°	— 50^s5		30°	— 49^s2	
			0°	— 53^s9	

Donc erreur secondaire 1^s6 .

FROTTEMENTS DES PIVOTS

C'est sur eux que s'est tout d'abord portée l'attention des théoriciens, sans grand succès d'ailleurs, car nous ne possédons pas encore une bonne interprétation des faits expérimentaux. Ceci tient à ce que jusqu'à ces dernières années, et malgré que, depuis longtemps on ait pu soupçonner que les lois classiques des frottements ne s'appliquent pas en horlogerie, tout essai de théorie s'est fondé sur elles.

Un fait expérimental domine cette étude : l'amplitude moyenne des oscillations d'un balancier diminue quand on fait passer un chronomètre de la position horizontale à la position verticale.

Expériences faites avec un chronomètre de poche de $43^m/m$ de diamètre, fonctionnant avec un poids moteur agissant directement sur une poulie fixée sur la roue de centre, les pivots du balancier étant lubrifiés avec de l'huile d'olives, température : 16° . — :

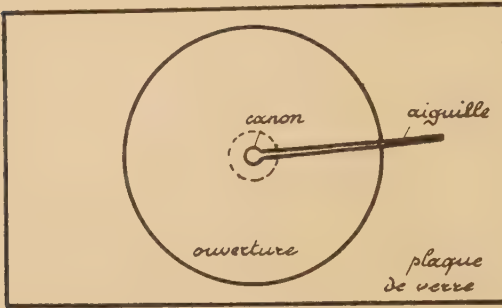
AMPLITUDES			OBSERVATIONS
Poids moteur	Position horizontale	Position verticale	
15 grs	80° — 85°	52° — 52°	Pour chaque position, la première colonne d'amplitudes a été obtenue en faisant croître progressivement les poids moteurs ; la deuxième, en les faisant décroître.
25 —	112° — 112°	70° — 75°	
50 —	153° — 153°	130° — 135°	
75 —	188° — 190°	160° — 160°	
100 —	250° — 258°	210° — 210°	
125 —	260° — 270°	248° — 248°	
150 —	320° — 320°	270° — 270°	

Pour mesurer l'amplitude du balancier, j'opérais de la façon suivante ; à 4^m au-dessus ou en avant du mouvement suivant que je faisais des mesures la montre étant placée horizontalement ou verticalement, je disposais une plaque de verre sur laquelle on avait fixé un disque en carton évidé divisé en degrés ; au centre du trou du carton la plaque de verre était percée d'un trou dans lequel était assujéti un canon en laiton dans lequel pouvait pivoter l'axe d'une longue et fine aiguille en aluminium.

Pour faire une mesure, le bras du balancier qui servait d'index portait un repère ; je plaçais l'œil au-dessus et en avant de la plaque de verre à une

distance telle que l'axe en laiton de l'aiguille se projetant sur l'axe du balancier, la serge fut exactement limitée par l'ouverture du carton.

Dans les premières expériences, un bras en aluminium percé d'un petit



trou formant œillette matérialisait cette position ; l'usage a montré qu'on pouvait s'en dispenser. En m'aidant d'une loupe, je pouvais amener l'aiguille ainsi projetée sur la position d'arrêt du bras du balancier. La précision des mesures faites par ce procédé est plus grande qu'on ne pourrait l'imaginer au premier abord avec les oscillations continues du bras du balancier autour de sa position moyenne d'arrêt.

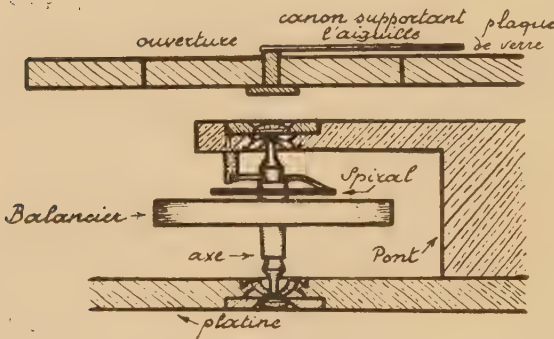


Fig. 3.

cier étant vertical, les frottements sont moins considérables que lorsque cet arbre est horizontal.

La comparaison de l'amortissement des oscillations du système balancier spiral, toutes les autres conditions étant les mêmes, montre que l'axe du balan-

POSITION DE L'AXE du balancier	TEMPS, EN SECONDES, AU BOUT DUQUEE LES AMPLITUDES ONT POUR VALEUR					OBSERVATIONS
	240°	180°	90°	45°	0°	
Vertical	0	17 ^s	70 ^s	115 ^s	253 ^s	Pivots huilés. Température 21°5.
Horizontal	0	9 ^s	34 ^s	41 ^s	69 ^s	

Axe vertical. — Philipps ayant montré qu'avec un spiral muni de courbes théoriques, l'axe du balancier, n'étant soutenu que par son extrémité inférieure, l'extrémité supérieure étant libre, reste rigoureusement vertical pendant les oscillations, nous n'avons à envisager que le frottement du pivot sur la plaque de contre-pivot.

Le balancier étant horizontal, tout son poids est supporté par la très petite surface de contact de l'extrémité du pivot et de la plaque de contre-pivot ; aussi, quoique le poids du balancier soit très faible, inférieur à un gramme

pour un balancier appartenant à une montre de 43 m/m de diamètre, la pression sur cette plaque est-elle de plusieurs kilogs par centimètre carré.

Les deux surfaces étant peu déformables, on peut admettre que le contact a lieu suivant une aire sensiblement plane, limitée par une ellipse, surface qu'il faut évaluer. La détermination directe est impossible, aussi la considère-t-on généralement comme différant très peu d'un cercle de rayon égal à la moitié du pivot ; mais c'est là une hypothèse qui ne se rapproche de la réalité que pour des chronomètres ayant marché un certain temps et dont l'arrondi des pivots est usé.

Si le spiral restait bien centré, l'axe du balancier demeurerait pendant le mouvement immobile, et le mouvement relatif des deux surfaces de contact se réduirait à un pivotement ; mais aux grandes amplitudes, à moins que le spiral ne soit directement fixé au pignon et muni de courbes terminales obéissant aux conditions de Philipps-Grossmann et Moulin (1), il n'en est pas ainsi, ce qui introduit un glissement dont la direction peut être facilement déterminée, mais non la vitesse, et des frottements latéraux sur les parois des trous, frottements variables d'un instant à l'autre de la durée de l'oscillation et qui, comme les frottements constants, n'altèrent pas l'isochronisme (2), M. Lecornu (3) a déduit, des recherches de Hertz sur le contact des corps solides, la valeur N du couple de frottement dans le cas où le pivotement existe seul :

$$N = -\frac{3 P f}{32} E = 0,093 f. P. E,$$

P étant la pression totale, f le coefficient de frottement, E la longueur de l'ellipse de contact.

Cette expression, lorsqu'un glissement s'ajoute au pivotement, devient (4) ;

$$N = \frac{3 P f}{2} a N_1 (m, \alpha, k),$$

où N_1 est une quantité numérique, fonction de trois variables numériques m, α , k et irréductible aux fonctions élémentaires.

$$m a = \frac{w}{\omega} \qquad \frac{b}{a} = k$$

w étant la vitesse de glissement, α l'angle qu'elle fait avec la direction positive du grand axe de l'ellipse, ω la vitesse angulaire de pivotement.

La résistance due au pivotement provenant d'un glissement des portions

(1) MOULIN. — *C. R. Académie des sciences* 1913 et 1914, en particulier 1^{er} semestre 1913, p. 1518 et 1833.

(2) CASPARI. — *Mémoire sur l'isochronisme du spiral cylindrique*.

(3) LECORNU. *C. R.* 29 février 1904.

(4) R. CHEVALIER. — *Etude du couple résistant au pivotement d'une surface qui se meut sur une autre avec frottement*. Paris, 1914.

de surfaces voisines du point de contact géométrique, dépend de la loi de répartition (1) des pressions autour de ce point et s'obtient en appliquant les lois générales du frottement (2), c'est-à-dire les lois de Coulomb-Morin.

On admettait jusqu'à ces dernières années que ces lois s'appliquaient en horlogerie et on prenait pour f la valeur 0,15 obtenue en faisant glisser un rubis sur une plaque d'acier poli dont on élevait une extrémité ; en agissant ainsi, on ne tenait pas compte des conditions dans lesquelles elles ont été établies : vitesse modérée, charges de surfaces moyennes ; or en horlogerie :

- a) les vitesses sont toujours modérées, de l'ordre du millimètre ;
- b) les surfaces sont toujours très petites, de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre carré ;
- c) les pressions sont relativement considérables (plusieurs dizaines de kilogs sur les pierres de contre-pivot d'un balancier de mouvement 43 m/m) ;
- d) le mouvement est, soit alternatif (balancier), soit intermittent ;
- e) de plus, les surfaces ne sont pas seulement contaminées mais largement lubrifiées (sauf les dents des roues et des ailes des pignons).

Les expériences de Kimball montrent qu'avec des portées graissées, le coefficient de frottement (3) est, pour les faibles vitesses inférieures à quelques centimètres, variable avec la vitesse et passe par un maximum pour une vitesse inférieure à 1 centimètre par seconde, maximum qui augmente avec la charge, tandis que la vitesse correspondant à ce maximum augmente avec la douceur des métaux en contact.

Ainsi, de a en b, pour des vitesses inférieures à 1 centimètre, la courbe

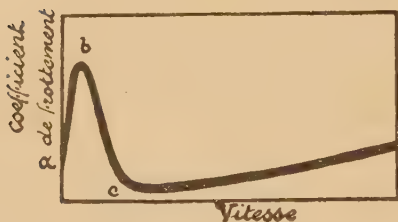


Fig. 4.

monte et f croît avec la vitesse ; de b en c, f décroît (c correspond pour un bon graissage à 5 cm. par seconde), puis il augmente lentement.

Les pressions supportées par les plaques de contre-pivots sont, d'après ce que nous avons vu plus haut, très considérables ; sous ces pressions, l'épaisseur (4) de la couche d'huile est inférieure à 1/10 de λ_0 .

Or l'épaisseur d'une couche monomoléculaire d'huile est de 1 m μ , la distance qui sépare les deux surfaces n'est donc au maximum que quelques dizaines de diamètres d'une molécule d'huile.

Deux hypothèses peuvent être émises : ou cette couche est stable, ou elle tend à s'écouler, mais grâce à la viscosité ou à d'autres causes, cet écoulement dure un certain temps (5). Dans les deux cas, les frottements des pivots sur

(1) La pression en un point xy de l'aire a pour valeur : $p = \frac{3 P}{2 \pi a b} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$ (formule de Hertz), P étant la réaction normale, a et b les demi-axes de l'ellipse.

(2) LÉAUTÉ. *Du frottement de pivotement*. Paris, 1876.

(3) *American Journal of sciences*, 1876 (d'après Archbutt et Moundford Deeley. — *Le graissage et les lubrifiants*).

(4) A. LAFAY. *Recherches expérimentales sur les déformations de contact des corps solides*. *Annales de Chimie et de Physique*, 7^e série, tome XXIII, 1901.

(5) Cette couche a donc encore une épaisseur suffisante lorsqu'un cinquième de seconde

les pierres de contre-pivot apparaît comme dépendant de la vitesse ; dans la première hypothèse il serait en outre fonction de la viscosité de l'huile et inversement proportionnel à la distance des deux surfaces ; dans la deuxième hypothèse, le frottement pour une même vitesse serait fonction du temps.

MM. Jaquerod, Defossez et Mügli, au cours de recherches poursuivies au Laboratoire de Recherches horlogères de Neuchâtel (1), ont récemment confirmé les résultats de Kimball en apportant des précisions intéressantes. Leur appareil, schématiquement représenté par la figure 5, était constitué par un axe terminé par un long pivot, pouvant se placer horizontalement ou verticalement et être animé par une poulie P d'une vitesse connue. Le pivot était coiffé d'un chapeau C, cylindre en laiton empieré et portant un chaton amovible avec contre-pivot ; le couple antagoniste était fourni par un spiral permettant par le déplacement d'une aiguille sur une division circulaire de connaître à chaque instant le couple de frottement. Les graphiques obtenus par cette méthode, le pivot étant vertical, ont l'allure générale de la figure 6 ; le frottement passe par un minimum et croît ensuite sensiblement proportionnellement à la vitesse, la courbe étant parfois légèrement convexe vers le bas.

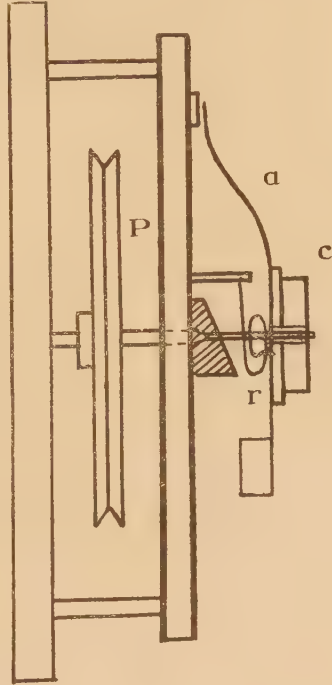


Fig. 5.

Axe horizontal. — Le balancier étant vertical, l'axe repose par les deux portées des pivots sur la surface intérieure des pierres percées qui jouent le rôle de coussinets. Dans ce cas, le moment de frottements s'exprime simplement par :

$$Prf$$

P étant le poids du balancier et du spiral, r le rayon du pivot, f le coefficient de frottement supposé constant.

En l'absence de tout

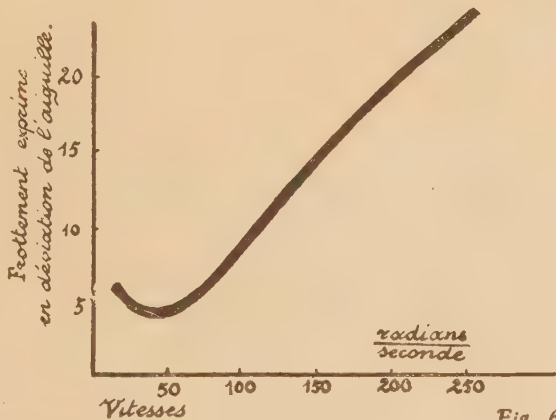


Fig. 6.

après, dans le jeu normal du chronomètre, l'action de l'échappement, déplaçant légèrement l'axe, emprisonne sous le pivot une nouvelle couche d'huile.

(1) A. JAQUEROD, L. DEFOSSEZ et H. MÜGLI. Recherches expérimentales sur le frottement de pivotement, *Journal suisse d'horlogerie*, 1922.

lubrifiant, le point de contact se déplace en sens inverse de la rotation du pivot et l'on a : $f = \operatorname{tg} \varphi$.

φ étant l'angle que fait avec la verticale la normale au point de contact, d'où une méthode pour déterminer f .

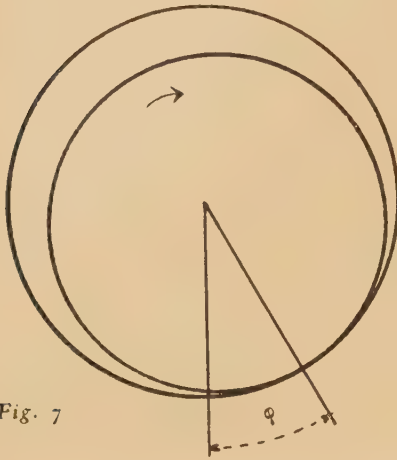


Fig. 7

Employée par MM. Jaquerod, Defossez et Mügeli, concurremment avec la méthode déjà décrite, elle a donné des résultats concordants et conformes avec la théorie élémentaire en ce qui concerne la déviation φ . Mais l'angle φ est fonction de la vitesse, croît rapidement et passe par un maximum peu accentué pour décroître ensuite. Ils ont en outre remarqué qu'après une période d'agitation, la vitesse croissant, le coussinet demeure calme, la zone de contact diminuant progressivement pour se réduire à un point jusqu'à ce que, pour une vitesse qui,

dans leurs expériences, était voisine de 200 radians-seconde, le pivot se sépare du coussinet.

Dans le cas des pivots lubrifiés, les phénomènes sont différents et représentés par la figure 8

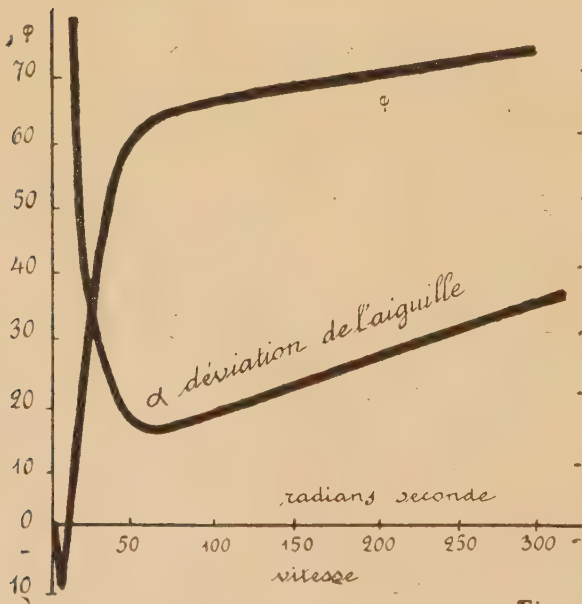


Fig. 8.

sur laquelle on peut faire les remarques suivantes :

1° le déplacement du pivot, d'abord en sens inverse du mouvement, s'annule pour une vitesse voisine de 3 radians pour croître ensuite dans le sens du mouvement.

2° le maximum de la courbe de frottement a lieu pour une vitesse voisine de celle pour laquelle la courbe des φ fait un coude, position qui correspond au décollement du pivot.

Ces expériences, qui justifient dans ses grandes lignes la théorie de Sommerfeld et donnent des résultats analogues à ceux obtenus par Stribeck

conduisent à représenter le coefficient de frottement f pour une vitesse angulaire ω par la formule (1) :

$$f = f_0 e^{-\lambda \omega} + A \omega$$

f_0 étant le coefficient de frottement à une vitesse nulle, λ et A des fonctions complexes des caractéristiques des parties frottantes et des propriétés du lubrifiant.

ANALYSE DU ROLE DES HUILES

a) *Axe vertical.* — Le balancier tourne alors sur l'extrémité des pivots qui terminent l'arbre ; ces pivots cylindriques, à portée conique (2), sont logés dans des pierres percées et s'appuient sur des contre-pivots également en pierre. Pour lubrifier convenablement les parties frottantes et conserver aux pivots la quantité d'huile nécessaire à la lubrification pendant plusieurs années (3), on donne aux pierres une forme appropriée déduite de la connaissance des phénomènes capillaires. Les trous de pierre ont un diamètre très peu supérieur à celui des pivots ; on adopte généralement une différence de $0^{\text{m}}/^{\text{m}} 015$, et le lubrifiant mouillant les parois, toutes les surfaces en contact avec les huiles se raccordent suivant des angles aigus. Le graissage étant effectué convenablement, les pivots tournent dans une cavité remplie d'huile ; une partie de cette huile adhère aux pivots et aux parois de la cavité qu'elle recouvre d'une pellicule dont l'épaisseur dépend de la nature du lubrifiant (4). Le lubrifiant adhère d'ailleurs si bien aux surfaces frottantes que par simple frottement il est impossible de l'en détacher : une surface métallique qui a été huilée est encore graissée après de forts nettoyages et n'est pas mouillée par l'eau.

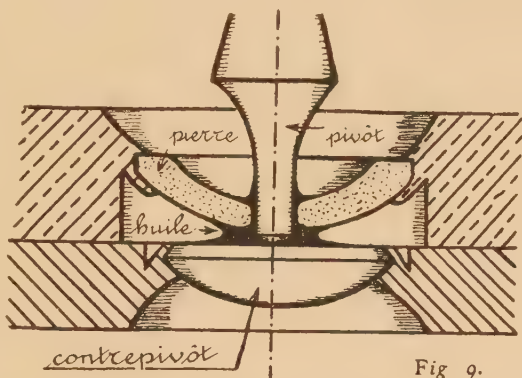


Fig 9.

(1) Pour tenir compte de ce fait expérimental qu'avec des huiles très visqueuses, la partie ascendante de la courbe de frottement a l'apparence d'une parabole passant par l'origine, on pose la formule plus générale :

$$f = f_0 e^{-\lambda \omega} + A \omega + B \omega^2$$

B étant une constante positive.

(2) On utilise, en horlogerie, pour tous les mobiles autres que le balancier et l'échappement des pivots cylindriques à portée plate dits pivots droits, qui pivotent entre deux pierres percées munies de cuvettes appelées huiliers.

(3) Les huiles, dans un chronomètre, sont généralement changées tous les trois ans.

(4) DUCLAUX. *Annales de physique et de chimie*, 4^e série, tome XXV. Recherches des lois des mouvements des liquides dans les espaces capillaires.

Lorsqu'on fait tourner d'un certain angle un pivot lubrifié, deux effets sont à envisager :

1^o l'extrémité du pivot frotte sur la plaque de contre-pivot ;

2^o la couche d'huile interposée entre les deux couches adhérentes se déforme. Le travail dû à cette déformation s'adjoint au travail du pivot sur la pierre de contre-pivot. Lorsque ce travail total est inférieur au travail de frottement à sec, le lubrifiant diminue le frottement ; il l'augmente dans le cas contraire. C'est toujours le premier cas qui se présente en grosse mécanique ; il semble bien qu'il en est également ainsi en horlogerie, quoique ceci ait été souvent contesté par des praticiens.

Le pivot est une surface de révolution oscillant autour de son axe de figure sous l'action d'un moment moteur. — C x

L'huile ne reçoit de mouvement que du pivot oscillant ; tout étant de révolution autour de l'axe du pivot, son mouvement est le même dans tous les plans passant par cet axe.

Prenons cet axe comme axe des oz ; l'origine o étant le point de rencontre de cet axe avec la plaque de contre-pivot, un point quelconque du pivot ou de l'huile qui l'entoure, peut être défini par sa distance r à l'axe, l'angle θ fait par le plan passant par l'axe qui le contient avec un plan origine, et la cote z au-dessus du plan tangent à la plaque de contre-pivot au point o :

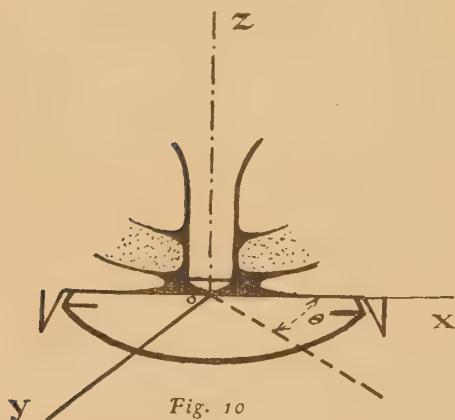


Fig. 10

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$\frac{dr}{dt} = \beta; \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega; \quad \frac{dz}{dt} = w$$

L'huile est soumise à l'action :

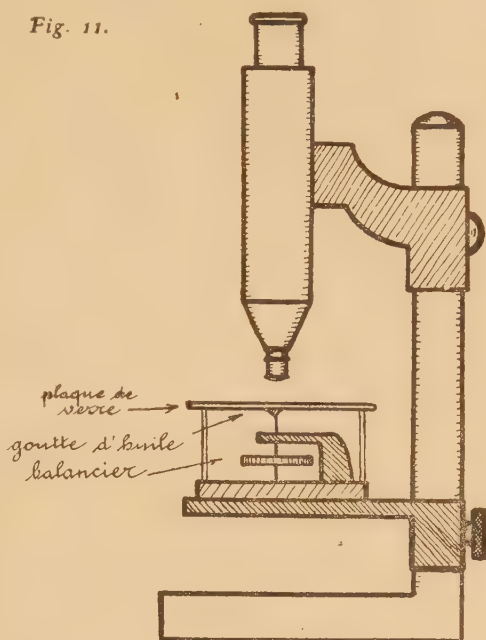
1^o de la pesanteur, qui, dans le cas d'un balancier horizontal, est parallèle à l'axe ;

2^o des forces capillaires dont la résultante est toujours parallèle à l'axe.

Entraînée par le pivot, elle exécute des oscillations tournantes ; mais ce n'est pas à des oscillations de plus ou moins grande amplitude que se réduit son mouvement comme on peut s'en rendre compte par une observation microscopique, après avoir pris soin d'y mettre en suspension quelques grains d'une poudre très fine de lycopode. On réalise ainsi l'expérience : un chronomètre en marche étant placé, à plat, le cadran vers le bas, sur la platine d'un microscope, on fait reposer sur l'arbre du balancier, prolongé au-dessus du pont, une plaque de verre ; sur cette plaque, on place du côté du pivot une fine goutte d'huile et quelques grains de lycopode. On peut ainsi, avec un grossissement convenable, explorer chaque plan d'huile, depuis la plaque de contre-pivot jusqu'au sommet de l'angle de raccordement.

Une observation rapide révèle ce à quoi l'on pouvait s'attendre : l'amplitude des mouvements des grains est d'autant plus considérable qu'ils sont plus près du pivot et, à même distance du pivot, plus éloignés de la plaque de verre.

Fig. 11.



A moins qu'un des grains ne se distingue nettement des autres, il est, en général, impossible d'observer autre chose ; mais si l'on a pu introduire dans la goutte d'huile une fine poussière que sa forme permet de suivre aisément, une observation de quelques minutes révèle l'existence de courants de convection. Située à une grande distance de l'axe, la poussière tourne d'abord très lentement autour de l'axe en oscillant très lentement autour de sa position moyenne, mais, en même temps, elle se rapproche de l'arbre d'abord lentement, puis plus rapidement, l'amplitude de son mou-

vement augmentant tandis qu'elle tourne sur elle-même de sorte qu'elle ne présente plus que sa plus faible section ; happée par l'arbre, elle l'accompagne pendant quelques oscillations, puis disparaît pour reparaitre brusquement à peu près au même endroit où nous l'avons observée pour la première fois et pendant plusieurs heures le mouvement se continue jusqu'à ce que, rejetée trop loin de l'axe, elle demeure en apparence immobile. La distance d'apparente immobilité varie avec les dimensions de la poussière, ce qui peut s'expliquer à la fois par la forme du liquide et la masse des grains à mouvoir. Il est intéressant de remarquer qu'une poussière apparue en a suit toujours la trajectoire ab, tandis qu'une poussière apparue en a' se déplace au contraire suivant a'b'.

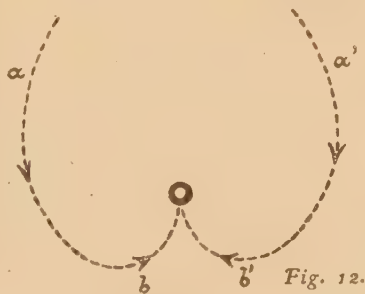


Fig. 12.

Par suite de mouvement du balancier dans un chronomètre en fonction, l'huile subit donc un brassage qui rend vaines les craintes de certains artistes qui justifiaient le renversement des chronomètres de marine pendant le remontage par la nécessité de renouveler la couche d'huile en contact avec les pivots.

Les composantes $\frac{\partial \beta}{\partial \theta}$ $\frac{\partial \omega}{\partial \theta}$ $\frac{\partial r}{\partial \theta}$ ne sont donc pas généralement nulles,

mais en l'absence d'indications sur leur ordre de grandeur, nous les négligeons en première approximation et nous admettons que chaque molécule d'huile répète les oscillations du pivot avec un certain retard et une certaine réduction d'amplitude dépendant de sa distance au pivot.

$$\text{Soit } \alpha = \varphi(t) \quad (1)$$

l'équation de mouvement du pivot, l'élongation angulaire au temps t d'une molécule d'huile peut alors être représentée par

$$\psi = \lambda \varphi(t - \mu) \quad (2)$$

λ et μ étant des fonctions de r à déterminer, fonctions qui, par suite de l'adhérence de l'huile, doivent pour tout point de la surface du pivot satisfaire aux conditions :

$$3 \quad \begin{cases} \lambda = 1 \\ \mu = 0 \end{cases}$$

Avec les restrictions faites plus haut, aucun plan θ ne joue de rôle particulier, on peut donc décomposer la couche d'huile entourant le pivot en couches cylindriques coaxiales : un élément ds d'une couche située à une distance r de l'axe subit de la couche immédiatement suivante un frottement (1).

$$\eta \, ds \, r \, \frac{d\omega}{dr}$$

η étant le coefficient de frottement intérieur de l'huile, $d\omega$ la différence des vitesses angulaires des deux couches distantes de dr et le moment élémentaire par rapport à l'axe du frottement supporté par l'élément annulaire $2 \pi \, r \, dz$ a pour expression

$$dM = 2 \pi \, r^3 \, \eta \, dz \, \frac{d}{dt} \left(\frac{d\psi}{dr} \right)$$

Le moment de frottement total subi par le pivot ut en appelant r_0 son rayon

$$4) \quad M = 2 \pi \, r_0^3 \, h \, \eta \left[\left(\frac{dh}{dr} \right)_{r=r_0} \frac{dz}{dt} - \left(\frac{d\mu}{dr} \right)_{r=r_0} \frac{dz}{dt^2} \right]$$

où h^1 représente une hauteur fictive, somme de deux termes dont l'un h_1 est la longueur du pivot située dans l'huile, l'autre h_2 remplaçant l'effet de fond (2).

(1) Maurice COEUTTE. La viscosité des Liquides in *Bulletin des sciences physiques*, 1888.
— Etude sur le frottement des liquides. Thèse. Paris, 1890.

J. VIOLLE. *Cours de physique*, tome I^{er}, livre III, chapitre vi,

M. BRILLOUIN. Leçons sur la viscosité.

(2) La théorie précédente suppose en effet que la hauteur d'huile entourant le pivot est illimitée, ce qui n'est pas réalisé; le voisinage de la plaque de contre pivot introduit une perturbation dont on peut tenir compte, au moins théoriquement, en substituant à la longueur réelle de la partie immergée dans l'huile et sur laquelle on désire évaluer le frottement, une hauteur fictive.

Le frottement intérieur de l'huile a donc non seulement pour effet d'amortir les oscillations du balancier proportionnellement à la vitesse mais encore de faire varier le moment d'inertie du système, si bien qu'en appelant I ce moment d'inertie, C le moment élastique du spiral associé au balancier, le mouvement d'un tel système est, en tenant compte uniquement de l'effet des huiles, représenté par

$$\begin{aligned} 5) \quad & (I + B) \frac{d\dot{z}}{dt^2} + \frac{A dz}{dt} + Cz = 0 \\ \text{exposant} \quad & 6 \left\{ \begin{aligned} 2\pi r_0^3 \eta h \left(\frac{d\lambda}{dr} \right)_{r=r_0} &= -A \\ 2\pi r_0^3 \eta h \left(\frac{d\mu}{dr} \right)_{r=r_0} &= B \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

dont l'intégrale générale est en prenant à l'origine des temps l'amplitude maximum de

$$z = z_0 e^{-\gamma t} \left[\cos 2\pi \frac{t}{T} + \frac{\gamma T}{r\pi} \sin r\pi \frac{t}{T} \right]$$

d'où l'on déduit

$$7 \quad \varphi = \lambda z_0 e^{-\gamma(t-\mu)} \left[\cos 2\pi \frac{t-\mu}{T} + \frac{\gamma T}{2\pi} \sin 2\pi \frac{t-\mu}{T} \right]$$

La pseudo période T se mesure facilement, γ se déduit de l'amortissement des oscillations ; le problème sera donc complètement résolu si l'on sait exprimer A et B en fonctions des constantes des huiles : sa densité ρ et sa viscosité η . Ceci revient à calculer $\left(\frac{d\lambda}{dr} \right)_{r=r_0}$ et $\left(\frac{d\mu}{dr} \right)_{r=r_0}$.

Le couche d'huile étant très mince, on peut exprimer λ et μ en fonctions du rayon r_0 du pivot par

$$8 \quad \left\{ \begin{aligned} \lambda &= 1 + a(r - r_0) + b(r - r_0)^2 \\ \mu &= a'(r - r_0) + b'(r - r_0)^2 \end{aligned} \right.$$

$$\text{d'où} \quad \left(\frac{d\lambda}{dr} \right)_{r=r_0} = a \quad \text{et} \quad \left(\frac{d\mu}{dr} \right)_{r=r_0} = a'$$

On est donc ramené à déterminer les coefficients a et a'. L'huile adhérant également à la paroi fixe, on en déduit, r_1 étant la distance de cette paroi à l'axe

$$9) \quad 1 + a(r_1 - r_0) + b(r_1 - r_0)^2 = 0$$

Remarquons d'autre part que chaque cylindre élémentaire d'huile subit sur chacune de ses faces des frottements dont la différence est

$$\eta ds \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\omega}{dr} \right) dr$$

ce qui permet d'écrire

$$10) \quad r\rho \frac{d\omega}{dt} = \eta \left(2 \frac{d\omega}{dr} + r \frac{d^2\omega}{dr^2} \right)$$

On obtient ainsi une relation entre les dérivées première, seconde et troisième de φ , qui doit être vérifiée quelles que soient les valeurs de L ; en faisant $t = 0$, on aboutit finalement à

$$11 \quad \begin{cases} 2\lambda' + r\lambda'' = k^2 r\lambda\mu' \\ 2\eta\lambda\mu' + 2\eta r\lambda'\mu' + \eta r\lambda\mu' + 2\gamma\lambda + r\eta r\lambda\mu'^2 = 0 \end{cases}$$

$\lambda', \mu', \lambda'', \mu''$ étant les dérivés par rapport à r de λ et de μ d'où en posant $\lambda r = \xi$, la solution particulière

$$12 \quad \begin{cases} \xi = me - nhr \\ \mu = nr \quad n > 0 \end{cases}$$

de 11, on déduit en tenant compte de 9

$$a = -\frac{r_0 [2 + k^2 a'^2 (r_i - r_0)^2]}{2(r_i - r_0)[r_0 - (r_i - r_0)]}$$

$$n = a' = \sqrt{\frac{\rho}{2\eta(k - \gamma)}}$$

L'expression de a se simplifie, on peut en effet pratiquement négliger (1) $(r_i - r_0)$ devant r_0 au dénominateur; et $k^2 a'^2 (r_i - r_0)$ devant $\frac{1}{r_i - r_0}$

$$a = -\frac{1}{r_i - r_0}$$

$$\text{D'où } A = \frac{2\pi r_0^3 \eta h}{r_i - r_0}$$

$$B = 2\pi r_0^3 h \sqrt{\frac{\rho \eta}{2(k - \gamma)}}$$

Le frottement visqueux introduit par l'huile est donc proportionnel à sa viscosité, au cube du diamètre du pivot et inversement proportionnel au jeu entre l'axe et sa pierre, mais indépendant de la densité de l'huile.

L'influence du diamètre du pivot et de la viscosité de l'huile n'a pas échappé aux chronométriers, qui, dans les pièces très soignées, font les pivots du balancier aussi fins que possible et usent, pour leur graissage, d'une huile peu visqueuse. Le rôle de l'ébat de pivot n'a paru être entrevu que par les artistes anglais qui ont toujours laissé plus d'ébat à leurs pivots que les français, ce qui a souvent conduit certains de ces derniers, entre les mains desquels passaient des pièces anglaises, à faire reboucher les trous (2).

Il est important de faire remarquer que $r_i - r_0$ ne représente pas la différence du rayon du pivot et de son logement, mais cette différence diminuée de l'épaisseur des couches adhérentes; or l'épaisseur de la couche adhérente, qui varie avec la nature des liquides, dépend d'un grand nombre de facteurs, parmi lesquels un des plus faciles à mettre en évidence est celui de la vitesse de déplacement du liquide vis-à-vis de la paroi solide.

(1) Dans un chronomètre de poche de 43^{mm} de diamètre $r_0 = 0^{\text{mm}}05$, $r_i - r_0 = 0^{\text{mm}}007$ d'où il convient de retrancher le reste de l'épaisseur de la couche adhérente qui pour l'huile d'olive est, au repos, de l'ordre de 0^{mm}003 (Duclaus, $r_i - r_0$ est donc au plus le $\frac{1}{30}$ de r_0).

(2) Le chronométrier français Fénon en particulier, d'après son collaborateur M. Porier.

L'épaisseur croît avec la vitesse et ceci doit être une des causes de ces mouvements de convection dont j'ai montré plus haut l'existence.

Toute cause faisant varier cette épaisseur agit donc sur l'amortissement et d'une façon d'autant plus nette que $r_i - r_o$ a une valeur plus faible. Je reviendrai plus loin sur ce point.

Lorsque la température varie, η décroissant très rapidement quand la température s'élève, le numérateur de A décroît, mais d'après certaines de mes expériences, l'épaisseur de la couche adhérente croît, et par conséquent son dénominateur décroît également. L'influence d'une variation de température se traduit donc d'une façon très complexe et il est nécessaire, pour pouvoir conclure, qu'une étude complète de la couche adhérente ait été faite.

La variation du moment d'inertie

$$B = 2\pi r_o^3 h \sqrt{\frac{\rho \eta}{2(k - \gamma)}}$$

qu'entraîne la présence de l'huile, est proportionnelle à la racine carrée de la densité et de la viscosité de l'huile.

Certains auteurs pensent que l'huile intervient encore par sa rigidité ; la discussion que l'on trouvera dans la troisième partie de ce travail permet de conclure que les huiles ne sont pas rigides.

b) *Axe horizontal*. — Si l'axe restait centré, le frottement visqueux de l'huile conserverait la même valeur que dans le premier cas ; comme il n'en est pas ainsi, nous devons considérer au lieu de A, A' :

$$A' = \frac{2\pi r_o^3 \eta h}{d}$$

d représentant l'épaisseur variable de l'huile. D'où cette conséquence : le frottement croît d'autant plus que d est plus faible.

Or, des expériences relatées plus haut, il résulte que la valeur de d est une fonction complexe de la vitesse, qui oscille périodiquement entre la valeur de quelques dizaines de diamètres de molécules d'huile et $\frac{1}{2}$ centième de millimètre pour la vitesse maxima, en supposant qu'aucune perturbation due, par exemple, à l'air ou aux poussières entraînées ne vienne modifier le mouvement.

On doit encore, comme plus haut, prendre garde au fait suivant : la distance d n'est pas la distance vraie du pivot au coussinet, mais cette distance diminuée de l'épaisseur des couches adhérentes, fonction elle-même de la vitesse ; l'anomalie que présentent les courbes de Neuchâtel, incurvées vers le bas après le passage par le maximum, n'a peut-être pas d'autre cause que cette variation de l'épaisseur de la couche adhérente.

L'excentration de l'axe n'entraîne pratiquement aucun changement dans la valeur de B.

Nous avons déjà vu que l'huile jouait un rôle important dans la diminution des amplitudes d'un chronomètre mis à la glacière ; j'ai essayé de mettre en évidence l'influence sur cette amplitude moyenne de la viscosité et du vieillissement des huiles en utilisant la méthode que j'ai employée pour comparer

les amplitudes moyennes du balancier dans les positions horizontale et verticale du chronomètre. Dans ces expériences, les mobiles restaient lubrifiés avec la même huile (huile d'olive), seule l'huile des pivots du balancier était changée.

Huile d'olives

$$\eta_{20} = 0,805$$

Température : 15°

AMPLITUDES		
Poids moteur	Position horizontale	Position verticale
20	100°-100°	
25	112°-122°	55°- 55°
50	180°-180°	125°-125°
75	230°-225°	180°-180°
100	180°-280°	220°-220°
125	315°-310°	250°-250°
150		290°-292°

Huile de ricin

$$\eta_{20} = 10,35$$

Température : 20°

20	95°- 90°	
25	112°-110°	60°- 60°
50	180°-182°	115°-120°
75	221°-220°	160°-160°
100	272°-275°	220°-225°
125	295°-300°	250°-247°
150		290°-292°

Mélange de glycérine ayant, approximativement, la même viscosité que l'huile d'olives

$$\eta_{20} = 0,837$$

Température : 14°

20	67°- 68°	
25	92°- 95°	45°- 45°
50	155°-157°	90°-95°
75	200°-200°	157°-157°
100	247°-251°	210°-210°
125	290°-292°	260°-260°
150		290°-292°

Pour observer en quelques jours ce qui se produit au bout de plusieurs années, par suite du vieillissement des huiles, j'ai préparé des huiles très siccatives en cuisant de l'huile de lin avec des résinates de plomb et de manganèse.

Huile siccativ (deux heures après sa préparation)

Température : 20°

Poids moteur	AMPLITUDES	
	Position horizontale	Position verticale
20	110°-110°	
25	135°-140°	70°- 70°
50	195°-200°	135°-135°
75	250°-250°	190°-190°
100	275°-275°	220°-225°
125	300°-305°	260°-260°
150		290°-292°

Huile siccativ (après quarante heures de séjour aux pivots)

Température : 20°

20	90°- 90°	
25	110°-112°	45°- 47°
50	175°-170°	95°- 90°
75	220°-220°	130°-130°
100	250°-247°	160°-160°
125	280°-285°	200°-205°
150	320°-320°	245°-247°

Les huiles, comme on le sait, absorbent les odeurs et les horlogers qui réparent des montres portées par des personnes qui se parfument en ont fait depuis longtemps la remarque, et certaines altérations anormales des huiles, constatées sur des chronomètres de marine ou de poche, ne paraissent pas avoir d'autre cause ; j'ai pu, par la même méthode, montrer l'influence rapide de cette altération sur le graissage. J'ai également mis en évidence que les procédés pour améliorer les huiles d'horlogerie aux basses températures par addition de composés chimiques (paraffine ou autres) à faible viscosité de manière à avoir des variations de viscosité moindre et à abaisser le point de congélation altèrent considérablement le pouvoir lubrifiant.

POIDS	PIVOTS SECS axe neuf		HUILE D'OLIVES $\eta_{11} = 1,213$		HUILE D'OLIVES + gaïcol $\eta_{11} = 1,26$		HUILE D'OLIVES + xylène $\eta_{11} = 1,05$		HUILE D'OLIVES et acide oleïque	
	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V
15	64	22	90	(34) ?	90	44	72	44	73	50
25	120	47	132	60	128	50	110	60	110	74
50	180	110	210	140	199	112	165	94	165	122
75	232	155	242	193	237	150	210	138	230	170
100	265	200	304	273	290	200	245	170	270	225
125	290	223	321	»	318	234	261	212	310	250
150	343	280	350	340	339	250	326	240	340	312

H signifie : chronomètre en position horizontale.

V — — — — — verticale.

DEUXIÈME PARTIE

Enregistrement photographique des oscillations

La méthode d'observation directe des amortissements, excellente pour classer les phénomènes, se prête mal à la détermination des coefficients de frottement. Sous la forme où je l'ai le plus souvent utilisée et qui consiste à noter le temps au bout duquel l'amplitude du balancier écarté de sa position d'équilibre d'un angle donné a des valeurs fixées, elle ne permet que la détermination d'un petit nombre de points de la courbe d'amortissement. On peut obtenir, au contraire, avec précision un très grand nombre de points en écartant le balancier de sa position d'équilibre d'angles décroissants et en notant le temps nécessaire dans chaque cas pour qu'il revienne au repos, mais alors le tracé de la courbe d'amortissement demande beaucoup de temps et est très difficile à employer dans certaines expériences. L'enregistrement photographique des oscillations a d'abord la rapidité de la première méthode : un seul enregistrement, pris dans des conditions bien déterminées, pouvant suffire ; et comme le deuxième, elle permet d'obtenir autant de points qu'on le désire ; elle a sur elle la supériorité de laisser un document que l'on peut lire et discuter à loisir.

I. — *Méthode.* — On forme, au moyen d'un objectif photographique, sur une pellicule sensible qui se déplace d'un mouvement uniforme parallèlement au plan du balancier, l'image d'un point lumineux lié à ce balancier.

La courbe ainsi obtenue, après développement, est l'image du résultat de la composition du mouvement du point lumineux décrivant, d'un mouvement oscillatoire, une circonférence ayant pour centre la projection sur son plan de l'axe du balancier et du mouvement rectiligne uniforme de la pellicule que l'on oriente suivant la position d'équilibre du rayon passant par le point lumineux.

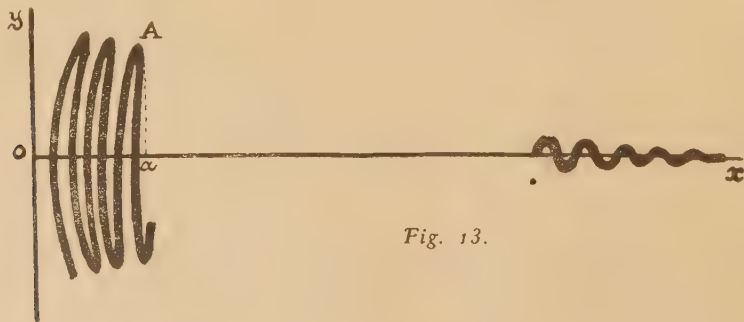


Fig. 13.

En rapportant cette courbe à deux axes de coordonnées rectangulaires, dont l'un, ox , est dirigé suivant le déplacement de la pellicule, on voit qu'elle représente, en fonction du temps, les sinus des elongations du point lumineux par rapport à sa position d'équilibre.

Ainsi A étant un des points d'arrêt, l'elongation correspondante θ est : $\text{arc sin } \frac{Aa}{R}$, en désignant par R le rayon de la circonférence décrite par l'image du point lumineux.

II. — *Utilisation de cet enregistrement pour déterminer les coefficients de frottement.* — L'équation différentielle du mouvement d'un balancier libre actionné par un spiral théorique isochrone est (1) :

$$I \frac{d^2x}{dt^2} = -Cx$$

En introduisant les résistances passives qui sont, les unes proportionnelles à $\frac{d^2x}{dt^2}$, les autres exprimées par une puissance de $\frac{dx}{dt}$ multipliée par une constante, l'équation du mouvement devient :

$$(I + B) \frac{d^2x}{dt^2} + Cx = \pm \beta_0 - \beta_1 \frac{dx}{dt} \pm \beta_2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 [1],$$

les frottements ayant un sens nécessairement opposé à celui de la vitesse.

1° Si les β sont nuls, l'équation se réduit à :

$$(I + B) \frac{d^2x}{dt^2} + Cx = 0 [2]$$

$$\text{d'où : } T = 2\pi \sqrt{\frac{I+B}{C}}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{B}{2I} \quad \text{et} \quad B = 2I \frac{\Delta T}{T}$$

Cette force ne produit pas d'amortissement et l'allongement de durée est indépendant de l'amplitude.

2° B étant supposé négligeable, l'équation [1] peut s'écrire, en posant

$$K^2 = \frac{C}{I} :$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -K^2 \left[\alpha' + \beta'_1 \frac{dx}{dt} + \beta'_2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right]$$

β'_1 et β'_2 étant expérimentalement de très petites quantités, on peut négliger β'_1 , β'_2 , $\beta'_1{}^2$ et $\beta'_2{}^2$, et poser :

$$\alpha' = \alpha'_0 + \beta'_1 \alpha'_1 + \beta'_2 \alpha'_2$$

(α'_0 , α'_1 et α'_2 étant des fonctions du temps indépendantes des β).

(1) Yvon VILLARCEAU : *Recherches sur le mouvement et la compensation des chronomètres.* — CASPARI : *Mémoires sur l'isochronisme du spiral cylindrique.* — RÉSAL : *Des applications de la mécanique à l'horlogerie.*

D'où, en conduisant les calculs par les méthodes ordinaires et en posant à l'origine $\alpha'_0 = -\theta$, $\alpha'_1 = \alpha'_2 = 0$

$$\frac{d\alpha'_0}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha'_2}{dt} = 0$$

En tenant compte des doubles signes, l'amplitude initiale étant en valeur absolue égale à θ , l'amplitude maximum est donnée par :

$$\theta_1 = \theta - 2\beta'_0 - \frac{\pi}{2}\beta'_1 K\theta - \frac{4}{3}\beta'_2 K^2\theta^2$$

Soient : $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ les amplitudes d'un côté de la position d'équilibre $\theta'_1, \theta'_2, \theta'_3, \dots, \theta'_n$ les amplitudes correspondantes de l'autre côté, que nous considérons pour des raisons de commodité, comme croissant avec l'indice

Les amplitudes ne sont pas directement observables, la position du point mort étant, à cause de frottements constants, indéterminée ; c'est donc uniquement de l'étude de leurs variations, obtenue par l'observation des points d'arrêt de la courbe d'enregistrement, que l'on pourra déduire les coefficients :

Dans ce cas, on a directement :

$$\theta'_1 - \beta'_0 = (\theta_1 + \beta'_0) e^{\frac{\lambda T}{2}} \quad [1]$$

$$\text{avec } \lambda = \frac{\beta_1}{2I} \quad [2]$$

Par une transformation convenable (1), il est possible de s'affranchir du double signe de β'_0 , ce qui permet d'obtenir une formule susceptible de généralisation.

$$\text{Posons : } (\theta'_1 + \varphi) = (\theta_1 + \varphi) e^{\frac{\lambda T}{2}} \quad [3]$$

et retranchons membre à membre, il vient :

$$(\varphi + \beta'_0) = (\varphi - \beta'_0) e^{\frac{\lambda T}{2}} \quad [4]$$

$$\text{D'où } \varphi = -\beta'_0 \frac{1 + e^{\frac{\lambda T}{2}}}{1 - e^{\frac{\lambda T}{2}}}$$

λ étant petit, le dénominateur est donc presque nul ; la formule [4] est donc une formule théorique qu'on ne pourra pas utiliser pour la détermination pratique de β'_0 à partir de φ .

(1) Ces recherches étaient déjà commencées lorsque M. Andrade a fait connaître dans *Les organes réglants des chronomètres* une méthode absolument identique pour l'observation photographique des vibrations pendulaires visiblement amorties, mais à ma connaissance il n'a encore obtenu aucun de ces enregistrements ; c'est à son mémoire que j'ai emprunté l'idée de la transformation permettant de s'affranchir du double signe de β'_0 .

Cette réserve faite, de [3] on déduit :

$$\begin{aligned}\theta_{n+1} + \varphi &= (\theta_1 + \varphi) e^{n\lambda T} \\ \theta_{2n+1} + \varphi &= (\theta_{n+1} + \varphi) e^{n\lambda T}\end{aligned}$$

$$\text{D'où } e^{n\lambda T} = \frac{\theta_{2n+1} - \theta_{n+1}}{\theta_{n+1} - \theta_1} = \frac{\delta_{2n}}{\delta_n}$$

[5] $\lambda T = \frac{1}{n} \frac{1}{M} \log \frac{\delta_{2n}}{\delta_n}$. On pourrait, d'une manière analogue, obtenir φ , mais pratiquement ceci est inutile puisqu'on ne peut en déduire β'_0 qu'on obtient d'ailleurs directement.

Pour les faibles amplitudes, pour lesquelles on peut pratiquement confondre les sinus et les arcs, le frottement constant l'emporte tellement sur le frottement visqueux que tout se passe comme s'il agissait seul.

On peut donc poser :

$$\begin{aligned}\theta_1 + \beta'_0 &= \theta'_1 - \beta'_0 \\ \theta'_1 + \beta'_0 &= \theta_2 - \beta'_0\end{aligned}$$

$$\text{D'où : } \theta_2 = \theta_1 + 4\beta'_0$$

$$\theta_3 = \theta_1 + 8\beta'_0$$

$$\text{et : } \theta_{n+1} - \theta_1 = 4n\beta'_0$$

$$\beta'_0 = \frac{\theta_{n+1} - \theta_1}{4n} [6]$$

$\theta_1, \theta_2 \dots \theta_n$ ne sont pas directement accessibles à une mesure directe, mais il est commode de lire $\theta_1 + \theta'_1 \dots \theta_n + \theta'_n$

$$\text{En posant } \Delta_n = (\theta_{n+1} + \theta'_{n+1}) - (\theta_1 + \theta'_1)$$

$$\text{on en déduit } \beta'_0 = \frac{\Delta_n}{8n}$$

Pour les amplitudes pour lesquelles la différence entre l'arc et la demi-corde qui sous-tend l'arc double est inférieure à 1/100 de millimètre, on peut déduire des Δ la valeur des λT ; en effet : $\Delta_{2n} = \Delta_n e^{n\lambda T}$

$$\text{c'est-à-dire : } \lambda T = \frac{1}{n} \frac{1}{M} \log \frac{\Delta_{2n}}{\Delta_n} [7]$$

qui est la formule [5] dans laquelle les δ_n ont été remplacés par les Δ_n .

Cette formule très simple est intéressante, car elle trouve son emploi immédiat pour les amplitudes voisines de 180° où les Δ_n relatifs aux sinus se confondent pratiquement avec les Δ_n relatifs aux arcs.

Pour les amplitudes pour lesquelles il n'existe aucune proportionnalité entre les sinus et les arcs, deux méthodes peuvent être employées suivant que, sur l'enregistrement, se trouve ou non, tracée une parallèle à l'axe des x.

Dans le premier cas, en appelant L l'ordonnée de cette parallèle, et l la distance comptée perpendiculairement à ox du point A à cette parallèle, on a :

$$R \sin \theta_1 = L - l, \text{ d'où } \theta_1 = \arcsin \frac{L - l}{R}$$

Dans le deuxième cas, nous pouvons mesurer directement :

$$\text{soit } R (\sin \theta'_1 + \sin \theta_2) = l_2$$

$$\text{soit } R (\sin \theta_2 + \sin \theta'_2) = l'_2$$

sommes qui se transforment, en exprimant θ'_1 et θ'_2 en fonction de θ_2 , en :

$$R \left[\sin \theta_2 + \sin \theta_2 \cos (\theta_2 + \varphi) \frac{\lambda T}{2} - \cos \theta_2 \sin (\theta_2 + \varphi) \frac{\lambda T}{2} \right]$$

$$R \left[\sin \theta_2 + \sin \theta_2 \cos (\theta_2 + \varphi) \frac{\lambda T}{2} + \cos \theta_2 \sin (\theta_2 + \varphi) \frac{\lambda T}{2} \right]$$

D'où, en additionnant membre à membre, et en posant :

$$\cos (\theta_2 + \varphi) \frac{\lambda T}{2} = 1$$

$$R (\sin \theta_2 + \sin \theta_2) + R (\sin \theta_2 + \sin \theta_2) = 4R \sin \theta_2$$

c'est-à-dire :

$$4R \sin \theta_2 = l_2 + l'_2$$

$$\theta_2 = \arcsin \frac{l_2 + l'_2}{4R}$$

III. RÉALISATION DE LA MÉTHODE

a) *Le point lumineux.* — Dans les expériences exécutées avec des balanciers de chronomètres, on a parfois, au début des recherches, réalisé le point lumineux en fixant, à la cire molle, sur l'un des bras, un petit miroir d'aluminium qui recevait le faisceau lumineux réfléchi par un petit prisme à réflexion totale placé en avant et très près de l'objectif ; par tâtonnements, on arrivait à donner au petit miroir une position convenable pour que le point lumineux se déplaçât concentriquement à l'axe. Cette méthode a l'avantage de permettre l'enregistrement des oscillations d'un balancier de chronomètre sans le détériorer ; elle a l'inconvénient d'être d'un réglage très long et très délicat. Il est plus commode de fixer à l'intérieur de la serge, à la place d'une des vis, une courte cheville d'acier.

Dans les deux cas, il convient de noircir la platine et d'éviter, par un écran convenablement placé, la réflexion de la lumière sur les parties brillantes du balancier.

Lorsqu'il est possible de percer dans la platine une fente circulaire sous le balancier, le procédé suivant peut être employé dans le cas d'un balancier compensateur : on obture les fentes avec deux minces lamelles d'aluminium équilibrées dont l'une est percée d'un trou de très faible diamètre, l'éclairage se fait par dessous et on forme sur la pellicule sensible l'image du trou. Cette méthode présente un inconvénient qui tient à ce que les fentes sont rarement rigoureusement perpendiculaires au plan du balancier, c'est-à-dire dirigées suivant les génératrices du cylindre ; il en résulte que le point lumineux n'a pas, dans toutes ses positions, la même intensité.

Dans la plupart de mes expériences, j'ai utilisé un balancier constitué par un mince disque en laiton dont la périphérie renforcée formait serge, percé d'un trou de 0^{mm}1. Ce balancier était monté à la manière ordinaire au

centre d'une platine circulaire percée d'une fente annulaire pour l'éclairage du trou (figure 14) ; il portait à sa partie supérieure un petit doigt qui servait à l'immobiliser dans une position convenable au moyen d'un basculeur fixé sur un disque mobile à frottement doux divisé en degrés, ce qui permettait de le maintenir écarté de sa position d'équilibre d'angles connus.

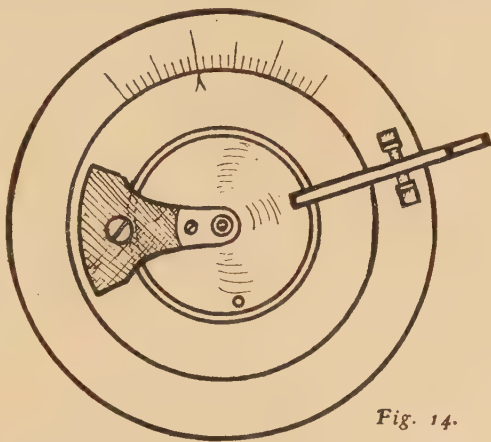


Fig. 14.

b) *Source de lumière.* — La source de lumière était une lampe à arc, à charbon positif horizontal, munie d'un régulateur automatique. Malgré ce régulateur, l'intensité de la lumière était loin d'être constante, d'où une variation d'épaisseur des traits, de l'ordre de quelques centièmes de millimètre.

Comme nous le verrons plus loin en discutant les causes d'erreur, en remplaçant la lampe à arc par une lampe à incandescence à bas voltage et à forte intensité, on améliore d'une façon très appréciable la méthode.

Le faisceau lumineux, rendu parallèle et horizontal par un système de deux lentilles, tombait sur un miroir à 45° et éclairait normalement la fente et la platine.

c) *Appareil photographique.* — L'appareil photographique était constitué par une chambre à l'intérieur de laquelle pouvait tourner, entraîné par une poulie extérieure, un tambour de 20 centimètres de diamètre dont la périphérie portait la pellicule sensible.

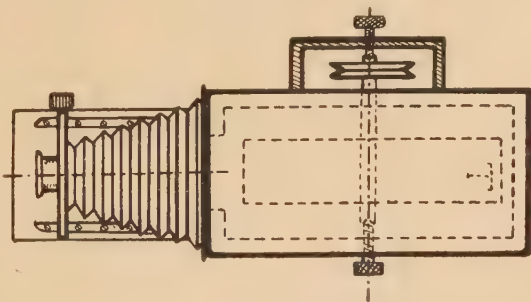


Fig 15

L'axe du tambour s'appuyait par une creusure conique sur la pointe d'une vis réglable fixée à la paroi de la chambre ; l'autre extrémité passait dans une ouverture percée dans la paroi mobile et était maintenue par la pointe d'une vis fixée dans une monture extérieure. On pouvait ainsi, avec la paroi mobile, enlever le tambour, ce qui permettait de mettre en place ou de retirer facilement la pellicule et la paroi mobile une fois remontée, le tambour tournait entre pointes et était au moyen de la poulie extérieure, librement entraîné, d'un mouvement sen-

(1) Cet appareil a déjà utilisé précédemment dans les recherches relatives à l'influence de la température sur l'amortissement.

siblement régulier par un moteur électrique à vitesse constante. Un objectif fortement diaphragmé donnait du point lumineux brillant, une image sur la pellicule. La mise au point se faisait, tambour enlevé, sur un verre dépoli disposé dans la boîte à la même hauteur que la pellicule, d'abord par déplacement de la chambre dans une glissière, ensuite par déplacement,

au moyen d'une crémaillère, de l'objectif relié à la chambre par un soufflet (figure 15).

En même temps que la trace du point lumineux mobile, j'ai, dans la plupart des films et toujours dans les dernières séries, enregistré l'image de deux petites ouvertures circulaires de $1/10$ de millimètre de diamètre, percées dans la platine de part et d'autre de la position que peut occuper le point mobile, la ligne des trous étant perpendiculaire à la direction du mouvement du film. On obtient ainsi deux traits de référence très commodes pour les lectures et dont on verra l'usage. Pour certaines recherches spéciales j'ai utilisé jusqu'à trois traits de référence ; dans certaines séries, un seulement.

Pour marquer sur les enregistrements des intervalles de temps égaux, un petit écran, fixé à la masse d'un pendule réglé pour battre la seconde, occultait le faisceau lumineux. Le pendule utilisé, constitué par une tige d'acier supportant un cylindre de fonte d'une vingtaine de kilos, oscillait librement.

Ecarté de sa position d'équilibre d'une dizaine de degrés, son mouvement demandait plusieurs heures pour s'amortir complètement ; dans le cours d'une expérience qui durait environ six minutes, sa variation d'amplitude était donc très faible et la variation de période pratiquement nulle.

D'autre part, pendant toute la durée des expériences, la température de la petite salle où l'on opérait n'a pas varié de plus de dix degrés, ce qui n'entraîne pas une variation de période de $1/10.000$. Pour les expériences faites à la pression réduite, le balancier était placé dans une cuve en bronze étamé (1) percée à sa partie inférieure, pour le passage des rayons

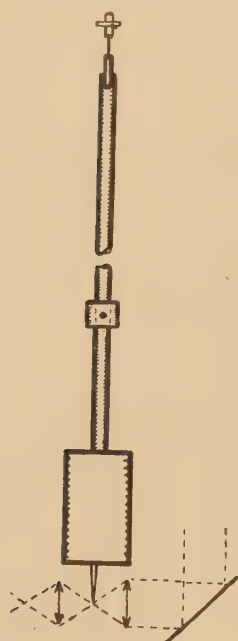


Fig. 16.

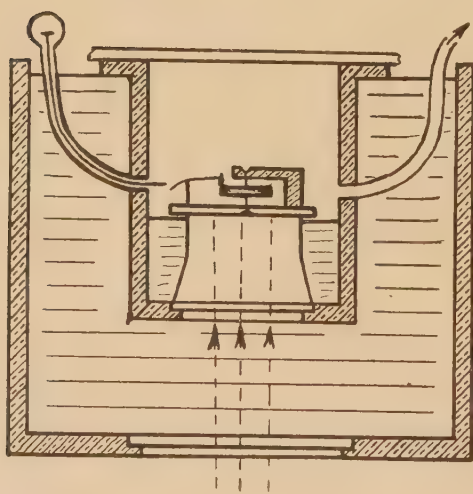


Fig. 17.

(1) Cette précaution a été rendue indispensable à cause de la porosité du bronze malgré sa grande épaisseur (10 millimètres).

lumineux, d'une ouverture obturée par une glace. Cette cuve (fig. 17) était fermée, à sa partie supérieure, par une lame de verre à faces parallèles reposant sur ses bords extérieurs bien dressés. On y faisait le vide à l'aide d'une pompe Moulin à laquelle elle était réunie par une tube desséchant ($P_2 O_5$) ; un robinet à trois voies permettait d'isoler de la pompe la cuve et le manomètre à mercure. Pour maintenir la température constante, la cuve était placée dans un thermostat à circulation d'eau.

Dans cette cuve, l'appareil reposait sur un cylindre bien dressé, toujours dans la même position grâce à deux goupilles. La libération du balancier s'effectuait dans l'air raréfié en agissant de l'extérieur sur le basculeur au moyen d'un flexible d'appareil photographique placé à l'intérieur d'une gaine étanche en caoutchouc à vide fixée sur une tétine vissée et soudée à la cuve.

IV. OBSERVATION DES CLICHÉS.

Divers procédés ont été mis en œuvre. Pour certaines comparaisons rapides la méthode suivante est très commode : au moyen d'une lanterne d'agrandissement, on projette une image du film sur une feuille de papier millimétrique, après s'être assuré tout d'abord, par projection d'un quadrillage, que la lanterne ne donne pas de déformations dans la partie étudiée.

Je l'ai employée dans mes recherches, avec un grossissement linéaire de 20 ; les lectures étaient faites au millimètre toutes les dix oscillations.

Presque toutes mes mesures ont été faites avec un microscope de Thury et Amet, dont la platine à double chariot permet le déplacement de l'objet à examiner dans deux directions rectangulaires. La vis qui commande le mouvement transversal, c'est-à-dire perpendiculaire à l'observateur, est une vis micrométrique au pas de $1/2$ m/m dont la tête est divisée en 250 parties égales ; l'amplitude de ce mouvement, très suffisante pour mes mesures, est de 30 m/m. Pour son emploi commode, j'ai dû y apporter certaines modifications. Ainsi, afin de permettre un déplacement rapide et convenable de la pellicule, j'ai fait visser sur la coulisse supérieure le petit dispositif dont la figure montre le détail. Le film, primitivement enroulé sur la bobine B_1 , est engagé, dans la partie où l'on observe, entre deux plaques minces de verre, maintenues par quatre petites goupilles g et deux ressorts R_1 et R_2 , et vient ensuite s'enrouler sur la bobine B_2 ; il suffit d'agir avec la main sur cette bobine pour produire le déplacement désiré.

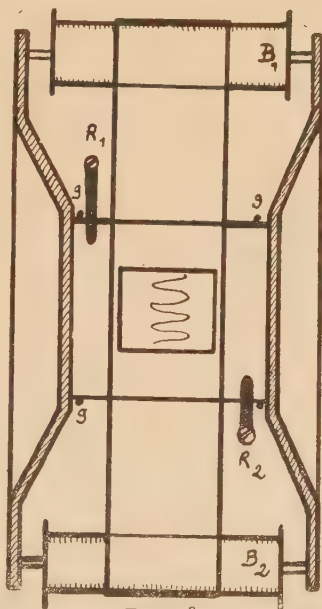


Fig 18.

Pour les mesures ordinaires, je me suis servi d'un réticule à fils rectangulaires ; pour les mesures d'angles, j'ai utilisé un oculaire réalisé à ma demande par la maison Nachet et dans lequel le réticule est constitué par deux minces plaques de verre portant chacune diamétralement un trait très fin ; l'une est fixe, la position de l'autre est déterminée par un index qui se déplace sur une division en degrés. La lecture se fait au moyen d'un vernier au 1/10.

Examinée à un grossissement moyen, l'image du point lumineux, qui apparaît à l'œil comme une fine ligne continue, se résout en une multitude de taches plus ou moins foncées, formant par leur association une large bande grisâtre ponctuée de noir, s'estompant sans limite nette, surtout aux grandes amplitudes, où, par suite de la rapidité du mouvement, le temps de pose est très court ; la mauvaise définition fait perdre l'avantage du grossissement, qui, loin de les améliorer, rend les mesures incertaines. Pour obtenir des images nettes à contours bien définis, il est donc nécessaire de limiter les grossissements: j'ai utilisé des grossissements compris entre 15 et 25 diamètres.

Toutes mes lectures ont été faites dans les deux sens et par différence afin d'éviter l'influence du temps perdu assez considérable (3 à 5 centièmes suivant les portions de vis).

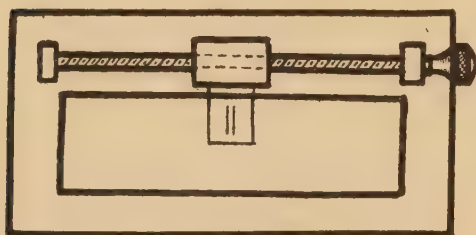


Fig. 19.

Les erreurs de la vis étudiées au début des mesures ont été facilement déterminées grâce à un petit dispositif qui se montait sur la plate-forme décrite plus haut et consistant essen-

tiellement en une petite lame de verre portant deux fins traits parallèles, distants d'environ 1 millimètre (exactement : $1\text{ m/m},220$), fixée sur un écrou pouvant se déplacer le long d'une vis de faible pas, de telle sorte que les traits restent constamment parallèles à l'un des fils du réticule.

V. — CAUSES D'ERREUR.

Etant tenu compte des erreurs de pas et des erreurs de lecture, dans les mesures soignées, on peut garantir le $1/100$ de m/m : toute mesure était, en effet, recommencée plusieurs fois et l'on n'utilisait pour le calcul des moyennes que les lectures différant entre elles de moins de $1/100$ de millimètre ; quant aux erreurs de pas, elles étaient toujours inférieures à $1/100$ de millimètre.

Indépendamment des erreurs de pointé, d'autres causes d'erreurs peuvent intervenir qu'il faut examiner.

a) D'abord des déformations possibles de la pellicule pendant le lavage et le séchage ; des mesures faites sur la pellicule mouillée ou sèche ont donné, aux erreurs de lecture près, les mêmes résultats.

b) La pellicule sensible n'est pas parallèle au plan du balancier, mais enroulée sur un tambour de 20 cm environ de diamètre. En supposant les

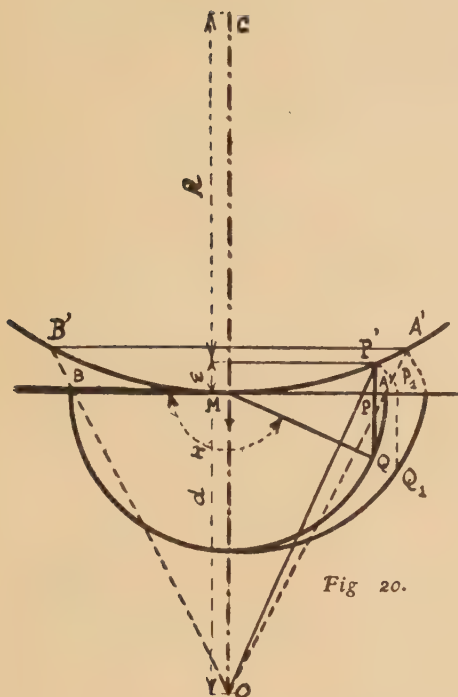


Fig. 20.

PQ et P_1Q_1 sont entre elles comme d et $d + \varepsilon$

$$\Delta = P_1Q_1 - PQ = PQ \frac{\varepsilon}{d}$$

et en appelant φ l'angle MCP'

$$\Delta = r \sin x \frac{R (1 - \cos \varphi)}{d}$$

r et R étant respectivement les rayons MQ et MC de cercle image et de la poulie.

Dans mes dernières séries de mesures $r < 5$ $\frac{R}{d} = \frac{1}{2}$ $\varphi < \frac{1}{20}$ l'erreur maximum que l'on peut commettre est donc inférieure à 1/300 de millimètre.

c) Lorsque l'axe de la poulie n'est pas rigoureusement parallèle au plan du balancier, au lieu de mesurer A_1B_1 , image de AB dans le plan $x'x$ parallèle à AB, on mesure $A'_1B'_1$. L'image d'un

réglages parfaitement faits, l'image d'un cercle n'est pas un cercle mais un ovale projection conique du cercle sur le tambour. Lorsqu'on lit un enregistrement ce qu'on mesure, en réalité, ce sont les cordes de cet ovale parallèles aux génératrices du tambour et non les cordes du cercle image dans le plan tangent à ce tambour au point M de la trajectoire du point lumineux. Il en résulte une erreur variable avec l'amplitude du mouvement oscillatoire, nulle pour l'amplitude de 90° par laquelle les 2 diamètres sont confondus, nulle également par celle de 180° pour laquelle les cordes sont nulles.

Soit x l'amplitude du mouvement vibratoire, PQ, P_1Q_1 , les demi-cordes correspondantes, du cercle et de l'ovale.

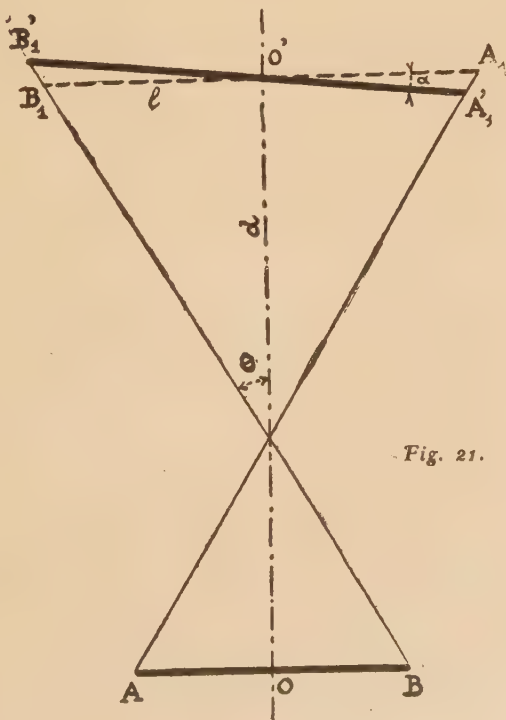


Fig. 21.

cercle sur le plan tangent au cylindre est alors une ellipse et les images des rayons OA, OB ont des valeurs différentes :

$$O'B_1 - O'A_1 = 2l \frac{1}{d} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

Dans mes expériences $\frac{1}{d} < \frac{1}{30}$, prenons $\alpha = 5^\circ$ on voit que $O'B_1 - O'A_1 < 1 \times 0,005 \text{ mm}$.

On s'aperçoit nettement de ce défaut en photographiant une échelle divisée transparente mise à la place de la platine dans le plan AB rendu horizontal. Il est facile de le corriger par tâtonnements en montant la chambre photographique de façon à ce qu'elle puisse pivoter autour de l'axe sous l'action d'une vis micrométrique V (fig. 22).

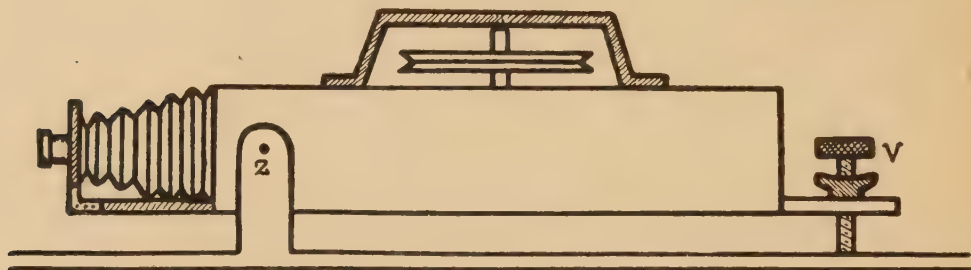


Fig. 22.

d) Une erreur du même ordre est celle qui se produit lorsque, au repos, la trace du point lumineux ne coïncide pas avec la trace de l'axe du balancier. Cette erreur est mise en évidence très simplement ; il suffit, le point lumineux

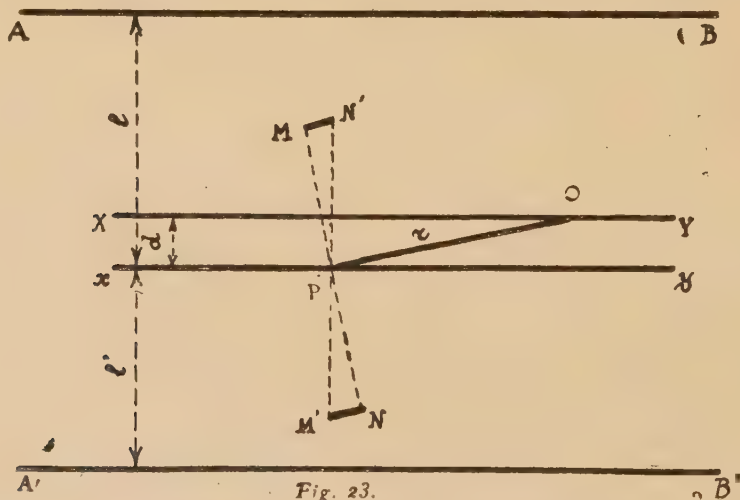


Fig. 23.

étant au repos, d'enregistrer sa trace xy pendant quelques secondes, puis, le film étant ramené dans sa première position, d'enregistrer les oscillations du balancier écarté de sa position d'équilibre d'environ 180° . Dans ces

conditions, les traces lumineuses sont comprises entre deux parallèles : xy, AB et A'B' qui doivent s'en trouver à égale distance.

S'il n'en est pas ainsi, la trace XY de l'axe du balancier est à une distance $d = l - l'$ de sa parallèle xy et c'est perpendiculairement au rayon OP passant par le point lumineux lorsque le balancier est au repos et non normalement à xy qu'il faut effectuer les mesures.

Dans un enregistrement, j'ai trouvé $d = 0\text{mm}46$, $r = 3\text{mm}51$, ce qui, dans la détermination de β_0 introduisait une erreur de 8/1000 de sa valeur, par conséquent négligeable.

Lorsque pour déterminer les λ , on utilise des amplitudes pour lesquelles on peut confondre les sinus et les arcs, avec le mode de calcul adopté, la valeur de λ n'est pas affectée.

Une fois le réglage fait, on s'affranchit d'ailleurs de cette erreur, dans les expériences successives, en disposant la platine toujours dans la même position au moyen de goupilles de travail.

e) La plus grosse erreur, et de beaucoup, provient des variations d'intensité de l'image, dues aux variations d'intensité de la source lumineuse et aux variations de vitesse du tambour.

Ainsi, mesurant de 10 en 10 oscillations la distance extérieure de deux traits de référence, traces des images de deux trous lumineux portés par la platine, j'ai trouvé, comme moyennes de lectures, les nombres suivants :

N°	DISTANCES
20	8,863
30	8,861
40	8,863
50	8,849
60	8,836
70	8,848
80	8,855
90	8,870
100	8,885
110	8,852

Si, au lieu de mesurer les distances extérieures des deux traits, on mesure leur distance moyenne, on trouve, cette fois, des nombres tout à fait comparables.

Or, qu'il s'agisse de comparer deux enregistrements ou de déterminer un coefficient de frottement, nous ne pouvons mesurer avec précision que la distance des bords extérieurs des traces (1) et en retrancher une épaisseur de trait déterminée à la fin de l'enregistrement quand le balancier est au

(1) Il convient de remarquer que par suite du déplacement circulaire du point lumineux on n'associe pas dans une lecture la position du point lumineux avec la position du trou de référence enregistrée au même instant. Pour avoir une lecture à l'abri de cette cause d'erreur, il faudrait alors non seulement tangenter les deux bords extérieurs des deux tracés, puis les deux bords extérieurs, et prendre la moyenne, mais encore associer les deux positions correspondantes des deux tracés.

repos, pour avoir la mesure correspondante au cas d'un enregistrement rigoureusement linéaire. Les mesures faites plus haut montrent que cette façon d'opérer n'est pas à l'abri de tout reproche puisque, du fait des variations d'intensité de l'image, s'introduisent des erreurs de l'ordre de 1/100 à 2/100 de millimètre, pouvant dans certains cas atteindre 3 centièmes.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

I. *Lecture d'un enregistrement.* — Prenons un enregistrement quelconque : par exemple le m_{11} (pivots lubrifiés avec de l'huile d'olive, température 9°8 ; pression $H = 25$ m/m) et mesurons de 2 en 2 oscillations à partir du repos les $\theta_n + \theta'_n$, puis formons un tableau contenant ces mesures, leurs différences premières et leurs différences secondes :

N°	$\theta_n + \theta'_n$	$\Delta\theta_n + \theta'_n$	$\Delta^2\theta_n + \theta'_n$
2	0,400		
4	0,413	0,013	
6	0,437	0,024	+0,011
8	0,449	0,012	—0,012
10	0,478	0,029	+0,017
12	0,504	0,026	—0,003
14	0,513	0,009	—0,017
16	0,522	0,019	+0,010
18	0,551	0,019	0
20	0,582	0,032	+0,013
27	0,653		
29	0,683	0,030	
31	0,706	0,023	—0,017
33	0,713	0,007	—0,016
35	0,763	0,050	+0,043

De ce tableau (et tous les enregistrements donnent des tableaux analogues) il résulte que les différences secondes ne suivent aucune loi, autrement dit, les enregistrements présentent des irrégularités telles que la loi de variation des différences secondes est complètement masquée, même d'ailleurs lorsqu'on opère de 10 en 10 oscillations. Seule donc, une méthode de moyennes convenablement étudiée pourra permettre de tirer parti des enregistrements.

II. *Définition de l'identité de deux enregistrements.* — Sur la même pellicule et sans rien changer, exécutons à la suite l'un de l'autre deux enregistrements relatifs à des pivots huilés, puis, après séchage, examinons-les, après les avoir superposés ; à part des glissements longitudinaux provenant de la non-uniformité rigoureuse du déplacement de la pellicule, ils paraissent coïncider.

Précisons par des mesures les résultats de cette comparaison rapide : pour cela, toutes les deux oscillations à partir de la position de repos, mesu-

rons $R(\sin \theta_n + \theta'_n)$; nous obtenons des résultats analogues aux suivants, choisis à titre d'exemple dans deux séries différentes :

FILMS q_2 et q_2 bis				FILMS s_{10} et s_{10} bis			
N ^o	q_2	q_2 bis	$q_2 - q_2$ bis	N ^o	s_{10}	s_{10} bis	$s_{10} - s_{10}$ bis
10	0,524	0,507	+0,017	10	0,336	0,353	—0,017
20	0,853	0,852	+0,001	20	0,553	0,554	—0,019
30	1,191	1,168	+0,023	30	0,713	0,749	—0,036
40	1,520	1,529	—0,009	40	0,917	0,942	—0,025
50	1,855	1,884	—0,029	50	1,116	1,134	—0,018
60	2,223	2,242	—0,019	60	1,341	1,355	—0,014
70	2,609	2,613	—0,004	70	1,555	1,568	—0,013
80	3,013	3,026	—0,013	80	1,807	1,798	+0,009
90	3,402	3,427	—0,025	90	2,036	2,044	—0,008
100	3,820	3,832	—0,012	100	2,275	2,250	+0,025
120	4,693	4,679	+0,024	120	2,789	2,788	+0,001
150	6,023	6,049	—0,026	140	3,358	3,347	+0,011
200	8,457	8,452	+0,005	160	3,998	3,982	+0,016
250	10,493	10,499	—0,006	180	4,590	4,594	—0,004
				200	5,198	5,200	—0,002

Partant de la même amplitude, les oscillations s'amortissent dans le même temps, mais les mesures correspondantes ont entre elles des différences bien supérieures aux erreurs de lecture. On doit donc donner au mot « identique » un sens particulier ; nous dirons que deux enregistrements sont identiques lorsqu'ils sont pratiquement superposables.

Que des enregistrements faits dans les mêmes conditions et les uns après les autres, ne soient pas absolument identiques, ceci ne doit pas nous étonner après la constatation faite plus haut sur les différences secondes. Les variations d'intensité des images suffisent pour expliquer les faibles variations, mais elles n'expliquent pas tout et il semble bien que la présence de l'huile aux pivots n'y est pas étrangère.

III. *Conditions pour obtenir deux enregistrements identiques.* — Une étude des divers facteurs d'amortissement, en particulier l'examen des huiles, n'est possible que si l'on sait reproduire à volonté des enregistrements.

Nous avons vu que deux enregistrements consécutifs, les conditions restant les mêmes, sont identiques lorsque les pivots sont lubrifiés ; il n'en est plus ainsi lorsque les pivots sont absolument secs.

A titre d'exemple, prenons trois enregistrements (pivots secs) à la température de 20°, sous la pression 20 m/m, les indices indiquant l'ordre des successions.

N° des oscillations	$R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)$ $\begin{matrix} [e_1] \end{matrix}$	$R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)$ $\begin{matrix} [e_2] \end{matrix}$	$R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)$ $\begin{matrix} [e_3] \end{matrix}$	(1)
10	0,491	0,666	0,624	
20	0,908	1,338	1,385	
30	1,481	1,998	2,170	
40	2,084	2,697	2,949	
50	2,714	3,429	3,819	
60	3,373	4,188	4,870	
70	3,990	4,977	6,081	
80	4,680	5,800	7,201	
90	5,316	6,620	8,339	
100		7,383	9,383	

Il suffit de démonter le balancier pour avoir l'explication de cette augmentation des frottements, qui provient de l'usure de la plaque de contre-pivot et de la fine poussière qui en résulte.

Revenons aux pivots huilés et, après avoir fait un premier enregistrement, par exemple s_2 , démontons le coq (2), enlevons le balancier, remettons-le en place et faisons un deuxième enregistrement s'_2 ; s_2 et s'_2 ont été faits dans les mêmes conditions de température et de pression, les pivots étant lubrifiés avec de l'huile d'olives.

N° des oscillations	s_2	s'_2	Δ	N°	s_2	s'_2	Δ
11		0,414		71		1,659	
12	0,423		9	72	1,713		54
21		0,627		81		1,920	
22	0,739		112	82	1,923		3
31		0,799		91		2,157	
32	0,862		63	92	2,175		18
41		0,993		101		2,389	
42	1,057		64	102	2,408		19
51		1,208		111		2,655	
52	1,284		76	112	2,657		2
61		1,429		121		2,901	
62	1,474		45	122	2,886		— 15

Les enregistrements s_2 et s'_2 sont donc identiques au sens que nous avons convenu de donner à ce mot et nous avons la certitude qu'il est possible de démonter un coq, enlever un balancier et effectuer ensuite le remontage sans troubler l'identité des enregistrements obtenus.

Est-il possible d'aller plus loin ? Peut-on effectuer un nettoyage et changer d'huile sans modifier cette identité ? C'est à ces questions que les expériences suivantes répondent.

Après avoir exécuté nos premiers enregistrements, nous avons démonté le coq, enlevé le balancier, nettoyé à la benzine, puis à l'éther, lavé à l'alcool et séché à l'étuve la platine, le coq et les pivots ; puis, après refroidissement, huilé à nouveau et repris un enregistrement dans les mêmes conditions de température et de pression que précédemment.

(1) Ce nombre s'explique par la difficulté de définir la dernière oscillation.

(2) Pont de balancier.

N ^{os} des oscillations	$\overset{s_{33}}{R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)}$	$\overset{s_{34}}{R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)}$	$\overset{s_{33} - s_{34}}{\text{Différence}}$
10	0,345	0,339	0,006
20	0,547	0,536	0,011
30	0,768	0,730	0,038
40	0,979	0,939	0,040
50	1,193	1,137	0,056
60	1,409	1,363	0,046
70	1,638	1,577	0,061
80	2,015 (1)	1,835	0,180
90	2,150	2,059	0,091
100	2,390	2,329	0,061
110	2,664	2,600	0,064
120	2,922	2,865	0,057
130	3,226	3,154	0,072
140	3,510	3,464	0,046
150	3,810	3,777	0,033
160	4,155	4,115	0,040
170	4,505	4,459	0,046
180	4,882	4,775	0,007

Ces deux enregistrements, qui, à l'œil armé d'une loupe, paraissent se superposer, sont donc identiques, mais pour que ce résultat soit obtenu il faut, non seulement faire avec beaucoup de soin les lavages, mais encore s'assurer chaque fois que le liquide est parfaitement chassé ; sans cette précaution indispensable, il peut rester, même après le passage à l'étuve, sur la plaque de contre-pivot, une petite trace huileuse qui fausse les résultats en changeant la nature du lubrifiant.

Mais quelles que soient les précautions prises, si l'on démonte les plaques de contre-pivot, surtout la plaque de contre-pivot inférieure, les enregistrements obtenus après nettoyage, toutes les autres conditions restant les mêmes, diffèrent beaucoup.

N ^{os} des oscillations	$\overset{s_{8\text{ bis}}}{R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)}$	$\overset{s_9}{R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)}$	Différence
10	0,472	0,359	0,013
20	0,874	0,504	0,370
30	1,070	0,704	0,366
40	1,361	0,903	0,458
50	1,661	1,086	0,575
60	1,928	1,261	0,667
70	2,241	1,449	0,792
80	2,539	1,663	0,876
90	2,824	1,882	0,944
100	3,107	2,106	1,001
110	3,392	2,332	1,060
120	3,676	2,590	1,086

(1) Pendant l'exécution des enregistrements, on a observé de très grandes variations de l'intensité lumineuse.

N ^{os} des oscillations	R (sin $\theta_n + \sin \theta'_n$) $s_{8 \text{ bis}}$	R (sin $\theta_n + \sin \theta'_n$) s_9	Différence
130	3,977	2,854	1,149
140	4,269	3,120	1,123
150	4,547	3,385	1,162
160	4,847	3,660	1,187
170	5,149	3,948	1,201
180	5,425	4,239	1,186
190	5,757	4,561	1,176
200	6,021	4,830	1,191
220	6,535	5,433	1,102
240	6,943	6,021	0,922
260	7,183	6,533	0,650

IV. — INFLUENCE DE L'EXCENTRICITÉ DU SPIRAL.

Une autre précaution qu'il convient de prendre, c'est de s'assurer qu'au cours du démontage et du remontage, le spiral n'a subi aucune excentration. Une légère excentration se traduit immédiatement par une augmentation de l'amortissement. Ceci s'interprète facilement par le frottement supplémentaire des pivots sur les bords des trous.

Les enregistrements s_3 , s_4 , s_5 serviront d'illustration ; exécutés tous les trois le même jour, dans les mêmes conditions de température et de pression, les pivots étant lubrifiés avec de l'huile d'olives ; s_3 correspond à une légère excentration du spiral du côté du piston, s_4 à une excentration du même ordre à l'opposé du piston ; enfin s_5 a été obtenu avec un spiral parfaitement centré. Pour une comparaison commode, le tableau indique pour les oscillations, les valeurs correspondantes de $R (\sin \theta_n + \sin \theta'_n)$.

N ^{os}	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
s_3	0,436	0,809	1,134	1,471	1,862	2,165	2,565	2,918	3,352	3,698
s_4	0,430	0,701	1,101	1,275	1,565	1,868	2,187	2,495	2,817	3,125
s_5	0,380	0,556	0,741	0,973	1,204	1,468	1,720	1,960	2,284	2,581

Son examen révèle, en outre, une différence très marquée dans les effets de l'excentration, suivant qu'elle se produit du côté ou à l'opposé du piston. Il suffit, au point de vue particulier où je me suis placé, de noter cette différence dont l'étude trouvera sa place dans un autre mémoire.

V. — DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS DE FROTTEMENT

a) *Frottements constants.* — Nous avons vu qu'aux faibles vitesses, tout se passe comme si les frottements constants agissaient seuls et β_0 est alors

donné par la formule : $\beta'_0 = \frac{\Delta_n}{8n}$

Mais la lecture d'un enregistrement a montré que l'application de cette méthode ne pouvait être faite sans précautions, les variations d'intensité de l'image d'une part, la présence d'huile aux pivots d'autre part, produisant des variations accidentelles de Δ_n qu'il convient d'éliminer.

Reprenons l'enregistrement m_{11} pris comme exemple de lecture ; c'est un enregistrement relatif à des pivots lubrifiés par de l'huile d'olives, la température étant 9°8 (maintenue constante par une circulation d'eau) et la pression 25 m/m.

N ^{os} des oscillations	$\theta_n + \theta'_n$	Δ_2	Différences	Carré des différences
2	0,400			
4	0,418	0,018	+0,002	0,000004
6	0,437	0,019	+0,001	0,000001
8	0,449	0,012	+0,008	0,000064
10	0,478	0,029	—0,009	0,000081
12	0,504	0,026	—0,006	0,000036
14	0,513	0,009	+0,011	0,000121
16	0,532	0,019	+0,001	0,000001
18	0,551	0,019	+0,001	0,000001
20	0,582	0,030	—0,010	0,000100
Moyenne = 0,020				0,000409

$$\text{Erreur probable moyenne} = \sqrt{\frac{0,000409}{9 \times 8}} \times \frac{2}{3} = 0,0016.$$

La deuxième colonne de ce tableau contient les sommes $\theta_n + \theta'_n$ observées, correspondant aux oscillations de la première colonne ; la troisième les différences de 2 en 2, soit Δ_2 ; la quatrième, les erreurs apparentes.

D'où $\beta'_0 = 0,0012 \pm 0,0001$.

La connaissance de β'_0 suffit dans l'étude de la plupart des questions ; elle permet la comparaison des huiles, ainsi que l'étude de la modification des frottements sous diverses causes.

Elle m'a permis, en particulier, de mettre en évidence l'influence des adultérants sur le pouvoir lubrifiant des huiles dans des conditions où aucune critique ne peut être faite.

Ainsi, dans une série d'expériences (série d), j'ai trouvé, les pivots étant lubrifiés avec de l'huile d'olives, à la température de 16°, $\beta'_0 = 0,0028$; sans rien toucher, l'appareil ayant été seulement pendant 2 h. 30 m. recouvert par une cloche contenant des vapeurs de gaïacol, la lecture du nouveau film m'a donné $\beta'_0 = 0,0043$.

Une expérience analogue, faite avec de l'huile pied-de-bœuf, m'a d'abord donné $\beta'_0 = 0,0024$; puis, après cinq heures d'exposition sous une cloche contenant du gaïacol, $\beta'_0 = 0,0036$.

L'introduction d'acide oléique, de métaxylène dans l'huile a également augmenté dans de fortes proportions β'_0 , mais la nécessité de démonter l'appareil pour essayer l'huile ainsi adultérée rend les comparaisons plus difficiles.

Des résultats analogues ont été obtenus dans la série h (axe horizontal) température 10°.

Nature du lubrifiant	$\beta\%$		Température
Pivots dégraissés et secs	0,145	$\pm 0,005$	11°
Huile dite de pieds de bœuf (commerciale)	0,081	$\pm 0,002$	11°
Huile d'olives	0,076	$\pm 0,002$	11°
Huile d'olives et goménol (1)	0,084	$\pm 0,001$	10°
Huile de ricin	0,087	$\pm 0,002$	10°

L'influence des adultérants sur le pouvoir lubrifiant a été mise en évidence d'une façon nette au cours de déterminations du frottement en mouvement continu suivant la méthode du Laboratoire de Neuchâtel. La courbe 1 de la planche 1 représente une courbe obtenue avec de l'huile d'olives et la courbe 2, la courbe obtenue après avoir laissé l'appareil 45 minutes sous une cloche en présence de camphre, la température étant dans les deux cas 19°.

Les courbes 3 et 4 se rapportent à une huile de vaseline et montrent l'action du gaïacol.

L'habitude s'est introduite depuis Coulomb (encore que ses lois aient été reconnues inexactes dans la plupart des cas et en particulier dans celui qui nous occupe) de déterminer le coefficient de frottement. Il est relié dans l'hypothèse de Coulomb très simplement à $\beta\%$ (C étant le moment élastique du spiral, M la masse du balancier, g l'accélération de la pesanteur, r le rayon du pivot et R le rayon de l'image sur l'enregistrement) par la formule :

$$f \times M.g.r = C \frac{\beta\%}{R}$$

Ceci suppose que la surface portante est bien définie ; le calcul de f n'est donc possible que dans la position horizontale de l'axe, mais dans ce cas, l'amortissement des oscillations est si rapide que l'on ne possède qu'un très petit nombre d'oscillations pour déterminer $\beta\%$ (nous verrons plus loin comment il faut opérer). On obtient ainsi le f_0 , de la formule :

$$f = f_0 e^{-\lambda\omega} + A\omega - B\omega^2 \text{ donnée plus haut.}$$

Dans une de mes expériences avec de l'huile d'olives à 11°, les conditions expérimentales étaient les suivantes :

Diamètre des pivots : 0m/m15.

Masse du balancier : 1 gr. 1415.

D'autre part une charge de 0 gr. 1232, agissant tangentiellement, faisait tourner le balancier (dont le rayon était de 9 m/m86) de 90°.

On trouve ainsi : $f = 0,080 \pm 0.002$.

b) *Frottements fonctions de la vitesse.* — Les mêmes remarques que précédemment doivent être faites pour l'utilisation des lectures servant à déterminer λ . Pratiquement il y a avantage lorsque les oscillations ne sont pas trop amorties (ce qui était généralement le cas dans mes expériences lorsque l'axe était horizontal), à étudier le film au voisinage de 180° ; les points d'arrêt sont nets et très détachés (2) et la formule 7 s'applique sans difficulté. Dans ce

(1) L'appareil était resté deux heures sous une cloche contenant des vapeurs de goménol.

(2) Voir courbe 3 planche IX.

cas, comme l'axe du balancier doit être maintenu par un pont, il faut nécessairement sacrifier les oscillations au voisinage de 90° .

J'ai étudié sur le film $s_{11 \text{ bis}}$ (enregistrement des amortissements des oscillations d'un balancier de période 0^{se}54, lubrifié avec de l'huile d'olive à la température de 16°) les divers procédés de déterminations de λ et j'ai trouvé :

Intervalles entre lesquels les mesures ont été faites	Valeur de λ
Autour de 180°	0,0075
Entre 167° et 110°	0,0079

L'accord est très satisfaisant étant donné le petit nombre de points que j'ai pu utiliser pour cette détermination autour de 180° .

c) *Conditions à réaliser pour déterminer pratiquement les coefficients du frottement.* — Pour déterminer λ et β'_0 deux portions de la courbe d'amortissement suffisent : celle correspondant aux amplitudes comprises entre 190° et 170° et de l'amplitude de 10° à l'arrêt complet du balancier ; sur le même film il est alors possible d'enregistrer plusieurs courbes identiques que l'on fait concourir à la détermination des coefficients. Dans le cas des amortissements les plus rapides, l'axe étant horizontal, cinq enregistrements suffisent.

Du très grand nombre de déterminations que j'ai faites, je crois pouvoir conclure qu'en se plaçant dans les conditions que j'ai indiquées, la méthode est susceptible de permettre l'étude complète de l'influence de l'air, du vieillissement des huiles, des traitements thermiques du lubrifiant (1), des adultérants et du frottement antérieur du spiral. Ainsi perfectionnée, la méthode ne sera pas seulement une méthode commode de recherche, mais encore une méthode rapide d'essais pour le choix des huiles.

VI. — APPLICATIONS

A titre d'application de la méthode, j'examinerai quelques points particuliers :

1^o Le premier a longtemps préoccupé les horlogers : l'huile est-elle chassée sous la pression du pivot du balancier ?

Deux enregistrements consécutifs ont été exécutés à la température de 16° , les pivots étaient graissés avec de l'huile Mœbius, l'enregistrement s_{15} a été pris après avoir laissé le balancier 2 h. 30 m. écarté de sa position d'équilibre, le déclanchement étant fait sans donner aucune secousse à l'axe, le deuxième s_{16} après avoir, sans déplacer la platine, soulevé très légèrement le balancier de façon à permettre à la couche d'huile de se reconstituer sous le pivot, le déclanchement suivant immédiatement la déformation du spiral.

(1) Question encore controversée en ce qui concerne leur transformation par un passage à la glacière mais qui ne paraît plus niable : observations des marches de chronomètres au Naval Observatory de Vashington (d'après Ch. Volét. *Journal suisse d'horlogerie*, 1924), après l'étude sur l'influence du traitement thermique antérieur sur la viscosité des huiles (Aubert et Dupouy).

La lecture de s_{15} m'a donné : $\beta'_0 = 0,0025$
 s_{16} $\beta'_0 = 0,0029$

La concordance de ces résultats montre que les conditions de graissage n'ont pas été modifiées. Si on remplace l'huile par un mélange glycérique ayant la même viscosité (j'ai fait l'expérience avec des mélanges ayant la viscosité de l'huile d'olives et de l'huile de pied de bœuf) le résultat est tout différent : dans ce cas, la couche liquide se rompt sous la pression du pivot.

2° *Influence de la nature de l'huile.* — De l'étude des enregistrements de la série h , obtenus les pivots étant horizontaux, on déduit :

Lubrifiant	Température	η (ordre de grandeur)	λT
h_5 huile d'olive,	11°	1,2	0,0036
h_7 huile de ricin,	10°	17	0,0077

3° *Influence des adullérants.* — Un premier enregistrement h_5 ayant été obtenu, les pivots étant lubrifiés avec de l'huile d'olives, on a recouvert l'appareil, sans le déplacer, d'une cloche contenant des vapeurs de goménol ; deux heures après on a exécuté l'enregistrement h_6 .

Lubrifiant	Température	β'_0	λT
h_5 huile d'olives,	11°	0,076	0,0036
h_6 huile d'olives et goménol,	10°	0,084	0,0062

4° *Influence du diamètre des pivots.* — En comparant deux enregistrements s_{34} et s_{37} effectués dans les mêmes conditions, le diamètre des pivots ayant été dans le cas le cas de s_{37} diminué de 0^{mm}01 j'ai trouvé :

	β'_0	λ
s_{34}	0,0027	0,024
s_{37}	0,0024	0,017

résultats qu'il convient de rapprocher de l'expression A établie dans la première partie $A = \frac{2\pi r_0^3 \eta h}{r_1 - r_0}$

5° *Frottement interne des spiraux.* — En étudiant au voisinage de 180° l'amortissement du même balancier associé dans les mêmes conditions à des spiraux de nature différente, il est possible d'étudier les frottements internes.

Au cours d'une série d'essais poursuivie en vue de mettre au point cette méthode et d'étudier la variation de ce frottement en fonction de la température, j'ai obtenu les résultats suivants en opérant à la pression atmosphérique, les pivots étant lubrifiés avec de l'huile d'olives, la température 16°, la période 0^s2.

	β'_0	λ
Spiral en acier trempé,	0,0016	0,034
Spiral en acier nickel,	0,0017	0,156
Spiral en bronze phosphoreux,	0,0014	0,210

TROISIÈME PARTIE

Essai d'une théorie des huiles

I. — *Nature chimique des huiles.* — Les huiles occupent une place à part parmi les substances qui possèdent des propriétés lubrifiantes. On les divise en :

a) Huiles grasses ;

b) Huiles minérales.

Les huiles grasses, qu'on appelle aussi huiles fixes pour exprimer ce fait qu'elles ne se volatilisent qu'en se décomposant, sont extraites des tissus des végétaux ou des animaux ; suivant la température, elles se présentent sous l'état liquide (huile) ou sous l'état solide (graisse).

Au point de vue chimique, ce sont des mélanges en proportions variables de triglycérides, éthers glycériques neutres formés par la combinaison de la glycérine qui est un triol avec trois molécules d'acides gras (1).

Les huiles minérales sont constituées par les produits de queue de la distillation du pétrole ; ce sont, par conséquent, des mélanges d'hydrocarbures.

Par l'action de l'eau seule à chaud ou en présence de catalyseurs comme les bases, les acides ou les enzymes, les huiles grasses s'hydrolysent (2). Les huiles minérales, au contraire, ne subissent dans ces conditions aucun changement, ce qui permet leur emploi dans les cylindres de machines à vapeur.

Les huiles grasses se distinguent encore des huiles minérales parce qu'elles absorbent l'oxygène (3) et, sous l'action combinée de l'humidité et de l'oxygène de l'air, acquièrent plus ou moins rapidement une odeur désagréable et une saveur âcre : elles rancissent (4).

Les huiles fixes et les huiles minérales n'ont donc, au point de vue chimique, qu'un caractère commun : leur grand poids moléculaire, si toutefois on peut parler de molécules d'huiles, si ce complexe qu'est une huile peut se résoudre en molécules, ou plutôt en pseudo-molécules, comme tout récemment M. Woog a cru pouvoir le déduire de ses expériences (5).

Les notes successives qu'il a, jusqu'à présent, publiées suggèrent les ré-

(1) L'analyse y révèle la présence d'autres substances : en particulier de deux alcools de la série aromatique : la cholestérine (huiles animales) et la phytostérine (huiles végétales) et leurs congénères, l'ischolestérine et la sitostérine.

(2) Les acides gras, mis en liberté au cours de la saponification, attaquent les métaux

(3) L'air est sans action sur les corps gras protégés de l'action de la lumière (Lewkowitsch) ; il n'en est pas de même de l'air atmosphérique toujours humide. Cette oxydation est parfois accompagnée d'un tel dégagement de chaleur que des déchets organiques très divers, humectés d'huile, peuvent s'enflammer spontanément.

(4) Son mécanisme est inconnu.

(5) Paul Woog, C. R. 1922.

flexions suivantes : l'emploi des méthodes physico-chimiques pour la détermination des poids moléculaires exige que les huiles soient des milieux homogènes, des solutions vraies, ce que rien ne permet d'affirmer (1) ; d'autre part, la pseudo-molécule n'a pu se constituer que par agglomération ; or, le poids moléculaire trouvé pour l'huile d'olives est inférieur au poids moléculaire de la trioléine, son principal constituant (2) ; enfin la constante de Ramsay et Schields, ayant été dans le cas de toutes les huiles soumises à l'expérience, très supérieure à 2, 1, indique une dissociation.

C'est aux dimensions de ce qu'il appelle molécules d'huiles que M. Woog rattache leur onctuosité, s'appuyant sur ce fait qu'en particulier pour les huiles minérales, le classement par volume moléculaire moyen se rapproche beaucoup de celui de l'onctuosité des huiles reconnue par la pratique.

J'ai été conduit à faire une hypothèse plus générale, indépendante de ces pseudo-molécules.

II. — A mon sens les huiles doivent être considérées comme des substances hétérogènes constituées par des éléments solides élastiques, noyés dans un liquide visqueux parfaitement liquide.

Quelle que soit la cause de cette hétérogénéité : association moléculaire ou autre cause, les éléments solides dont nous imaginons l'existence ont des dimensions de même ordre de grandeur que l'épaisseur des couches superficielles, et, par conséquent, les propriétés de ces éléments dépendent de l'épaisseur des grains. D'autre part, autour de ces éléments adhère une couche de liquide formant gaine, dont les propriétés ne sont pas les mêmes que celles du reste du liquide. Sur cette masse ainsi soustraite à l'action de la pesanteur, la tension superficielle agit et, comme elle tend à réduire la surface, elle donne à la masse la forme du solide de plus faible surface pour un volume donné, c'est-à-dire la forme sphérique (3).

III. — Cette hypothèse satisfait à première vue aux conditions de fonctionnement des lubrifiants ; on comprend qu'ils puissent former des lamelles dont l'épaisseur ne s'abaisse pas au-dessous d'une certaine limite ; elle explique comment une huile peut à la fois se comporter comme fluide quand

(1) S'il n'en est pas ainsi, c'est le poids moléculaire du liquide intergranulaire que l'on détermine et non pas celui de l'ensemble.

(2) Il est à remarquer que les nombres ainsi trouvés sont notablement supérieurs à ceux déduits de l'indice de neutralisation et de l'indice de saponification.

(3) MAURAIN : *Etats physiques de la matière*. Il n'en est plus ainsi lorsqu'une cause extérieure intervient ; ainsi il n'est pas du tout sûr que la dissolution de l'huile dans la benzine n'en modifie pas l'état physique et les expériences de M. Woog pas plus que celles de Langmuir dont elles sont une répétition, sur l'étalement sur l'eau des huiles grasses ne renseignent pas sur la structure réelle des huiles. Des expériences de Langmuir, il résulte que l'eau a une grande affinité par les groupements carboxyles et cette affinité qui explique l'étalement de l'huile à la surface de l'eau a pour effet d'orienter les molécules d'huile. Cette orientation ou plus exactement cette déformation peut donner aux huiles des propriétés physiques nouvelles, par exemple rendre la couche biréfringente. La biréfringence accidentelle dont nous parlerons plus loin ne saurait donc être invoquée comme un argument confirmant cette hypothèse.

on lui impose de grandes déformations et comme rigide si on limite les déformations et si les efforts ne dépassent pas une certaine limite (1).

Elle explique comment des substances qui ne modifient pas la viscosité peuvent agir d'une façon très considérable sur le frottement par exemple, en faisant varier le diamètre des grains et comment, inversement on peut abaisser d'une façon notable la viscosité d'une huile sans améliorer ou en rendant plus mauvais son pouvoir lubrifiant.

Il faut montrer qu'elle permet d'interpréter ce fait aujourd'hui bien connu que le frottement avec lubrifiant est fonction de la vitesse.

Pour cela j'ai réalisé l'appareil représenté par la figure ci-contre et constitué par un axe très mobile que l'on entraîne au moyen d'une poulie et un réservoir cylindrique de 45 millimètres environ de hauteur et 80 millimètres de diamètre, que j'ai rempli de grains de plomb noyés dans la glycérine, l'ensemble figurant une huile. Dans mes expériences, l'axe avait un diamètre de 11 millimètres et j'ai utilisé des grains de plomb de 1^{mm}3 et de 3^{mm}2.

En faisant croître lentement la vitesse, j'ai remarqué que le mouvement de l'axe se communiquait progressivement, jusqu'à une distance de 6 à 8 millimètres, aux grains de plomb qui tournaient à la fois autour de leur centre et autour de l'axe et j'ai observé des coincements et des chevauchements plus nets et plus fréquents, à vitesse égale, avec les grains de plomb de grand diamètre. La vitesse continuant à croître, les grains s'écartaient progressivement de l'axe jusqu'au moment où ils n'étaient plus entraînés que par le liquide.

Ceci montre de quelle façon agit une huile : au repos, les grains répartis dans le liquide se concentrent par capillarité autour de l'axe dont ils occupent même les petites cavités ; dès que l'axe se met en mouvement, il entraîne les grains qui glissent et roulent sur lui et les uns sur les autres en même temps qu'ils se choquent, d'où le frottement observé, qui décroît avec la vitesse à mesure que les grains s'écartent de l'axe, jusqu'au moment où n'intervient plus que la viscosité du liquide, qui introduit le frottement croissant avec la vitesse suivant le minimum observé.

Le rôle de la viscosité du liquide intergranulaire apparaît nettement en remplaçant la glycérine par de l'eau, on n'observe plus dans ce cas les mêmes phénomènes d'entraînement des billes.

J'ajouterai que, si l'on imprime à l'axe un mouvement alternatif de façon à ce qu'il oscille comme l'axe du balancier d'un chronomètre, on retrouve les phénomènes que j'ai décrits dans la première partie. Deux ou

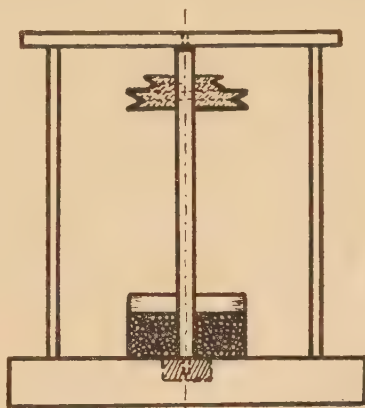


Fig. 24.

(1) M. BRILLOUIN : *Leçons sur la viscosité*, 1^{re} partie.

trois grains peints ou des billes d'acier de même diamètre permettent d'étudier le mouvement. Situés dans la zone troublée, les grains oscillent d'abord très lentement en tournant autour de l'axe tout en s'en rapprochant, l'amplitude et la vitesse d'oscillation croissant ; happés par l'axe, ils l'accompagnent pendant quelques oscillations, disparaissent pour ressortir à la limite de la zone troublée et leur mouvement continue jusqu'au moment où ils sont rejetés trop loin.

Pour nous faire une opinion sur la valeur scientifique de cette hypothèse, il est nécessaire de voir si elle n'est pas en contradiction avec ce que nous savons des huiles.

IV. — *Double réfraction accidentelle*. — Les huiles se rangent, à côté du collodion et des dissolutions de gélatine, dans le groupe des liquides où ce phénomène peut être mis en évidence.

Il n'existe aucune relation générale connue entre la double réfraction accidentelle et la viscosité des liquides ; cependant, « pour un même liquide possédant la propriété de présenter la double réfraction par compression ou distension, cette propriété est d'autant plus marquée que la viscosité est plus grande et, cela indépendamment de la cause qui fait varier cette viscosité, plus grande concentration ou abaissement de température » (1).

Pour une même huile, la différence de marche diminue à mesure que la température s'élève et l'on peut approximativement poser :

$$\Delta = \beta \gamma$$

β étant une constante et γ le coefficient de viscosité.

On peut également écrire $\Delta = \alpha V$.

V étant la vitesse de déformation, α une constante très petite ayant pour chaque liquide une valeur différente :

$\alpha = 0,00089$ huile d'amandes ;

$\alpha = 0,00187$ huile d'olives vieille.

Maxwell et Kundt font dépendre la double réfraction du module de relaxation.

Dans cette théorie (2), la force C résultant d'une déformation α est proportionnelle à α tant qu'elle est inférieure à une limite C_0 ; au delà il y a simultanément, pendant le temps dt , gain de force proportionnel à $d\alpha$ et perte de force, c'est-à-dire relaxation proportionnelle à dt et à l'excès $C - C_0$.

Pour toute valeur de $C > C_0$ on a donc :

$$dC = \gamma d\alpha - \frac{1}{T} C - C_0 dt,$$

C étant une force tangentielle ou normale, α la déformation correspondante, T le temps de relaxation.

Pratiquement, on étudie de deux façons un liquide : ou on le déforme à vitesse constante, ou une déformation étant produite on la maintient constante.

(1) G. DE METZ : La double réfraction accidentelle dans les liquides (*Scientia*, p. 12).

(2) D'après H. BOUASSE : *Cours de physique*, 6^e partie, page 301.

La première condition se traduit mathématiquement par $\frac{dz}{dt} = v = C^{te}$.

Si l'on représente C en fonction du temps, la courbe est d'abord une droite OA, la force croissant proportionnellement à z , c'est-à-dire au temps, puis une exponentielle ABD asymptote à l'horizontale.

$$C_1 = C_0 + \gamma v T$$

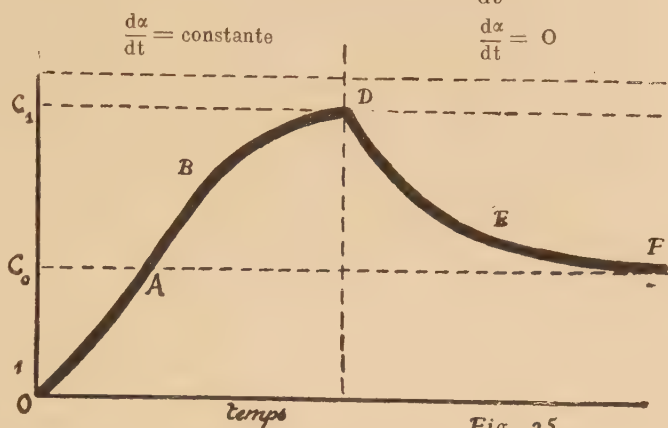


Fig. 25.

A partir d'un point D de l'asymptote maintenons la déformation constante.

Cette deuxième condition s'exprime par $\frac{dz}{dt} = 0$, d'où : $C = C_0 + (C_1 - C_0) e^{-\frac{1}{T}}$

La force tend asymptotiquement suivant une loi exponentielle vers la limite C_0 .

Il en résulte qu'un milieu peut réagir, soit par ce que C_0 n'est pas nul, soit C_0 étant nul, parce que γT ne l'est pas.

L'hypothèse d'un coefficient de viscosité η constant, c'est-à-dire d'une réaction proportionnelle à la vitesse, se traduit par :

$$C_0 = 0 ; C = \gamma v T$$

Particularisant encore son hypothèse, Maxwell pose : $\eta = \gamma T$.

D'où la possibilité, connaissant T et η , de calculer γ .

Cette théorie séduisante repose sur des hypothèses difficilement contrôlables et les conséquences qu'on peut en tirer ne sont pas toujours vérifiées par l'expérience.

Une explication par l'hétérogénéité des huiles apparaît comme plus satisfaisante.

En rapprochant les résultats rappelés plus haut du fait que l'étude des liquides bien définis comme la glycérine n'a jamais permis de mettre en évidence ce phénomène, que, d'autre part, la déformation mécanique provoque plus aisément la double réfraction accidentelle dans les colloïdes que dans les huiles, on peut en conclure que, quoique dans les huiles l'hétérogénéité soit plus difficile à observer, elle n'en existe pas moins (1).

Deux hypothèses ont été proposées pour expliquer les phénomènes de biréfringence spontanée, accidentelle, électrique ou magnétique.

On peut imaginer ou que les particules sont isotropes, mais de forme

(1) G. DE METZ, *loc. cit.*

plus ou moins allongée, ou qu'elles sont anisotropes et que l'action directrice résulte de propriétés variables avec la direction.

Dans le cas des dissolutions colloïdales et lorsqu'il s'agit de biréfringence électrique ou magnétique, ces deux explications sont également satisfaisantes ; elles paraissent incompatibles, dans le cas de la double réfraction accidentelle, avec les remarques faites par de Metz et indiquées plus haut.

Une augmentation de viscosité, au lieu de favoriser l'orientation des particules par la force centrifuge, devrait au contraire la gêner, à moins d'admettre que l'augmentation de la viscosité, diminuant l'influence des mouvements browniens qui tendent à rétablir le désordre primitif, empêche le dérèglement ; mais alors le réglage une fois effectué devrait persister d'autant plus que la viscosité est plus considérable ; or, à ma connaissance, aucune mesure n'a été faite à ce sujet sur les huiles et il semble bien, à lire les auteurs que la disparition du phénomène est, pour ces substances, pratiquement instantanée.

Dans un de ses mémoires, Natauson (1) a déduit d'expériences faites en particulier par de Metz la valeur 0^s,0013 pour la valeur de la relaxation dans une huile de ricin. Par contre, dans le baume du Canada, la double réfraction ne disparaît pas dès que la déformation cesse, et de Metz a pu déterminer la constante de relaxation d'après la théorie de Kundt pour un vernis copal de Marx, dont la viscosité était à 22°2 égale à 4,80 $\frac{\text{grs}}{\text{cent. sec.}}$ et montrer que cette constante, qui avait pour valeur 40 secondes, décroissait rapidement quand la température s'élevait.

Natauson, s'appuyant sur les idées de Poisson, Maxwell et Stockes, et essayant de leur donner une forme permettant de les soumettre à l'épreuve de l'expérience, est arrivé à relier la double réfraction Δ par unité de longueur de la couche liquide, mesurée dans le sens de l'axe de rotation, au nombre de tours N du cylindre mobile et au temps de relaxation T par la formule :

$$\Delta = \frac{ANRT}{1 + BN^2T^2}$$

où R est la constante optique du milieu, A et B deux constantes dépendant des rayons a et b des cylindres intérieur et extérieur et du rayon r de la portion de liquide observé, comprise entre les deux cylindres :

$$A = \frac{4\pi a^2 b^2}{r^2 (b^2 - a^2)} \quad B = \frac{16\pi^2 a^4 (b^2 - r^2)^2}{r^4 (b^2 - a^2)^2}$$

De l'expression de Δ , il résulte que sa valeur dépend surtout de T ; si T est nul, Δ l'est également ; d'autre part, pour un liquide donné possédant la double réfraction :

$$\frac{\Delta (1 + BN^2T^2)}{N} = ART = \text{constante}$$

Or, des expériences de de Metz et de Umlauf, il résulte que $\frac{\Delta}{N}$ n'est pas tout à fait constant et diminue très lentement quand N croît.

(1) D'après G. de Metz.

Mais les formules de Natauson et sa théorie sont complètement en défaut dans le cas de la dissolution de gélatine à 4 grammes par litre, étudiée par M. Hill, pour laquelle Δ croît d'abord avec la vitesse jusqu'à un maximum (trois tours par seconde dans ses expériences), puis décroît progressivement, s'annule pour treize tours et la double réfraction change de signe : de négative qu'elle était; elle devient positive.

V. *Expériences de Schwedoff* (1). — Schwedoff a tenté de mesurer directement la rigidité d'un liquide cisailé.

Il n'a obtenu de résultat positif que pour une solution aqueuse de gélatine à 0,5 %. M. Colin (2), ayant repris cette étude par une méthode analogue, n'a pu ni mettre en évidence la rigidité des huiles d'olives et de ricin, ni confirmer les résultats de Schwedoff pour une solution de gélatine à 0,5 %, maintenue fluide par quelques gouttes d'acide sulfurique.

De Metz (3) se portant garant des expériences de Schwedoff (auxquelles il a assisté), admettons le résultat du physicien russe. Le résultat négatif obtenu dans le cas des huiles s'explique très bien avec l'hypothèse faite plus haut. Par la méthode de Schwedoff, nous n'étudions que la déformation du liquide intergranulaire qui, étant un liquide parfait, est dénué de rigidité.

Le bien-fondé de cette manière de voir est immédiatement confirmé si l'on rapproche des conséquences de la théorie des expériences de Schwedoff une expérience faite par M. Couette (4). Schwedoff a établi en particulier que la viscosité d'un liquide, généralement variable avec sa vitesse de déformation, n'est constante que pour des liquides n'offrant pas de traces d'élasticité par cisaillement. Par des expériences directes, il a confirmé ces vues théoriques en montrant que la viscosité de la glycérine demeure constante à $\frac{1}{400}$ près lorsque la vitesse varie dans le rapport de 260 à 1 ; tandis que celle de la gélatine devient dix fois plus grande quand la vitesse tombe à $\frac{1}{10}$ de sa valeur. Or, M. Couette, au cours de ses recherches sur le frottement des liquides, a trouvé que la viscosité de l'huile de colza demeurait constante quand la vitesse de déformation variait dans le rapport de 17 à 125.

VI. *Phénomène de Kundt* (5). — Kundt, examinant à travers deux nicols croisés un liquide tournant entre deux cylindres, a mis en évidence ce fait expliqué par Schwedoff et Natauson que, contrairement à la théorie de l'élasticité des corps solides, la croix noire observée formait avec les deux sections principales des nicols un angle qui, pour certains liquides, diffère notablement de 45° (égal à 65° pour le collodion).

Schwedoff (6) a montré que pour les liquides rigides cet angle devrait

(1) SCHWEDOFF : *Journal de physique*, 1889, et *C. R. du congrès de physique*, 1904, 1900.

(2) COLIN : *C. R.*, 1905.

(3) *Loc. cit.*

(4) COUETTE : *Recherches sur le frottement intérieur des liquides*.

(5) KUNDT : *Annales de Poggendorff*.

(6) *Loc. cit.* : *Congrès de 1900*.

être supérieur à 45° ; or, dans les expériences de Kundt, l'angle était voisin de 45° pour l'huile d'olives, le baume du Canada, etc.

Ceci conduit, par conséquent, à distinguer parmi les liquides qui présentent le phénomène de la double réfraction accidentelle deux espèces : ceux qui se conduisent comme des liquides rigides : la solution de gélatine à 3 %, le collodion étudié par Schwedoff, et ceux qui se conduisent à certains points de vue comme de véritables solides. C'est dans cette deuxième catégorie que rentrent les huiles, et l'hypothèse faite sur leur constitution explique bien l'anomalie observée par M. Kundt.

VII *Recherches de M. Zakrzewski* (1). — Étudiant ce phénomène, M. Na-tauson a trouvé comme conséquence de sa théorie la valeur χ de l'angle, compté positivement dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre que fait le rayon r mené par le point considéré du liquide et la section principale de l'analyseur. Dans le cas où le cylindre extérieur est immobile et le cylindre intérieur animé d'un mouvement de rotation :

$$\cot 2\chi = \pm \frac{2Ta^2b^2\omega}{r^2(b^2 - a^2)}$$

a et b étant les rayons des cylindres extérieur et intérieur et ω la vitesse angulaire du cylindre intérieur.

Pour vérifier ces considérations, M. Zakrzewski a fait des recherches expérimentales sur le collodion, l'huile d'olives, l'huile de paraffine et l'huile de lin avec un appareil dont le cylindre intérieur pouvait atteindre la vitesse de 150 tours par seconde. Seul le collodion a donné des résultats en accord avec la théorie. De ces expériences on pouvait déjà conclure que χ ne différait pas de 45° de plus de 2° , limite de sensibilité de l'appareil, et permettait d'affirmer que T ne dépassait pas 0,00001.

Dans une nouvelle série de recherches (2) faites en collaboration avec M. Kraft, M. Zakrzewski a confirmé ses résultats en opérant dans un grand intervalle de température : — 80° et $+50^\circ$.

Le dispositif de mesure de l'angle fait par l'une des directions principales du liquide et le rayon des cylindres passant par le point observé, légèrement modifié, comportait seulement deux nicols orientés l'un par rapport à l'autre dans la position donnant le minimum d'intensité de lumière quand le liquide était au repos (3) ; le liquide étant en mouvement, pour trouver les directions principales en un point, on tournait l'ensemble des deux nicols jusqu'à l'obtention du minimum d'intensité. Dans ces conditions, si pour un liquide l'angle diffère de 45° , est par exemple égal à $45^\circ + \alpha$, sa valeur pour le sens inverse de rotation est, toutes les autres conditions (vitesse, température, etc.) étant les mêmes, $45^\circ - \alpha$. Toutes les fois donc qu'après avoir trouvé une position des nicols où l'on voit sur le fond clair une frange s'étendant le long du

(1) ZAKRZESKI : *Bulletin de l'Académie des sciences de Cracovie*, page 50.

(2) ZAKRZESKI et KRAFT, « Sur les directions principales dans les liquides biréfringents par effet de mouvement », *Bulletin international de l'Académie des sciences de Cracovie* (juillet 1905, page 506).

(3) Croisés quand le liquide était optiquement inactif.

rayon du cylindre passant par le champ de vue, on observe, après avoir renversé le sens de rotation du cylindre, la frange au même endroit, on peut affirmer que les directions principales du liquide examiné forment dans tous les points l'angle de 45° avec le rayon correspondant.

MM. Zahrzweski et Kraft ont ainsi étudié le collodion (solution commerciale de coton-poudre dans un mélange d'alcool et d'éther), une dissolution de gélatine (20 grammes dans 100 grammes de solution), une solution aqueuse de gomme arabique, du vernis Dammar, du vernis copal, une solution très concentrée d'acide métaphosphorique, de l'huile de ricin, de l'huile de paraffine, de l'acide lactique, du baume de Canada et de la térébenthine de Venise.

Leur conclusion est qu'on peut répartir les liquides examinés en deux classes : 1^o ceux pour lesquels, pour toutes les vitesses jusqu'à 50 tours-seconde et quelle que soit la température d'observation, les directions principales sont à 45° du rayon. A ce groupe appartiennent les huiles de ricin, de paraffine, l'acide lactique, le baume de Canada et la térébenthine ; 2^o ceux dans lesquels cet angle est différent de 45° .

Ce groupe comprend tous les autres liquides étudiés et, par conséquent, des solutions colloïdales et des liquides opalescents. Il est à remarquer qu'il contient les substances dont la rigidité a été déterminée soit directement, soit indirectement par Schwedoff.

Ainsi ces expériences confirment la distinction que la discussion des expériences de Schwedoff m'avait amené à établir entre les divers liquides présentant la double réfraction accidentelle.

VIII. *Les lubrifiants idéaux de M. M. Brillouin.* — M. M. Brillouin (1), étudiant récemment la fusion anisotrope, a été amené à considérer des corps à fluidité unilatérale et bilatérale, et conclut en ces termes : « C'est, à mon avis, ce caractère de fluidité unilatérale ou au plus bilatérale et non isotrope qui doit correspondre à l'onctuosité des lubrifiants. Les lubrifiants qui tiennent bien sous les pressions sont évidemment anisotropes ; les lubrifiants pratiques sont probablement des solutions très concentrées d'un solide cristallin dans une petite quantité d'un fluide anisotrope très visqueux, solution qui, suivant le degré de concentration, serait solide, fluide anisotrope ou liquide. Soit par échauffement, soit par addition de liquide, on pourra déplacer la limite de ces trois états ; c'est l'état intermédiaire qui est lubrifiant. »

Partant d'un point de départ complètement différent et se plaçant à un point de vue complètement nouveau, M. M. Brillouin aboutit à la conception de l'hétérogénéité nécessaire des huiles. C'est là un résultat digne de retenir l'attention.

IX. *Contrôle expérimental.* — La discussion précédente ne suffit pas pour justifier l'explication proposée : elle montre seulement qu'elle n'est pas à rejeter *a priori* : il convient maintenant d'essayer de mettre en évidence par des expériences directes cette hétérogénéité. Cette démonstration peut être tentée de deux manières, soit en appliquant aux huiles les méthodes qui

(1) M. BRILLOUIN : *Journal de physique*, série VI, tome I, page 53.

habituellement servent à déceler l'hétérogénéité des liquides, soit en s'efforçant de réaliser des liqueurs mixtes possédant certaines propriétés des huiles.

a) Pour déceler directement cette hétérogénéité, la première idée qui puisse venir à l'esprit est l'examen ultramicroscopique. Je n'ai pas disposé de moyens pratiques suffisants pour cette étude.

b) Les huiles précitées, placées dans un champ de 5.000 gauss (1), n'ont présenté aucune trace de biréfringence magnétique.

c) Les huiles végétales ou minérales que j'ai étudiées, traversées par un faisceau intense de lumière, révélaient la présence de ce faisceau ; la trace lumineuse persistait après filtration de la lumière incidente par une dissolution d'acide picrique, examinée à travers un nicol, son intensité variait avec l'orientation du nicol. Les huiles étudiées (huile d'olives naturelle, huile d'olives décolorée par exposition à l'ultraviolet, huile de ricin, huile de vaseline) étaient donc très légèrement opalescentes.

d) J'ai déterminé l'absorption de ces huiles au moyen d'un spectrophotomètre de Glan, en tenant compte de l'absorption sélective due à la chlorophylle, j'ai trouvé que toutes les radiations étaient affaiblies dans la même proportion.

Que conclure de ces expériences ? Faut-il rejeter l'hypothèse précédente et chercher l'explication des propriétés singulières des huiles dans la grosseur de leurs molécules ?

Je ne le pense pas : leur grand poids moléculaire ne suffit pas pour expliquer les expériences de Kundt et de Schwedoff.

Le fait qu'on ne peut appliquer aux huiles la théorie des milieux troubles de Lord Rayleigh s'explique d'ailleurs facilement si l'on admet, ce qui n'est pas absurde, que les corpuscules dont nous avons supposé l'existence ont même indice que le liquide interstitiel. Cette hypothèse supplémentaire paraît également nécessaire si l'on se place au point de vue de M. M. Brillouin.

X. *Expériences révélant l'hétérogénéité des huiles.* — Un point de vue sur lequel il convient d'insister parce que fondamental, c'est que, non seulement les huiles animales et végétales présentent le phénomène de la double réfraction accidentelle, mais encore les huiles minérales. Le nombre des huiles minérales sur lesquelles on peut opérer est très faible, leur coloration les rendant pour la plupart opaques.

J'ai fait l'expérience sur une huile de vaseline et j'ai pu constater, en la plaçant dans un appareil de Kundt entre deux nicols croisés, une très légère apparition de lumière du même ordre que celle que j'avais observée avec une huile d'olives dans les mêmes conditions de température et de vitesse avec le même appareil. Mes résultats qualitatifs seraient, vu l'importance de cette expérience, insuffisants si nous ne possédions des mesures soignées d'Umlauf sur une huile de paraffine et si, dans le mémoire précité, MM. Zakrzewski et Kraft ne les confirmaient en ces termes : « Nous avons

(1) Le seul dont j'ai pu disposer.

examiné ces liquides (huile de ricin, paraffine, etc.) dans un grand intervalle de température jusqu'au point où ils deviennent parfaitement solides ($\theta = 80^\circ$ environ). Dans tous les cas, on observe que, bien que la biréfringence soit considérable, les directions principales font l'angle de 45° avec le rayon du cylindre. »

Le tableau suivant, extrait d'Umlauf (1), montre la netteté du phénomène :

HUILE DE PARAFFINE

Densité : 0,870

Approximation : environ 4 %

TEMPÉRATURES initiale et finale du liquide	VITESSE en tours par seconde	Δ DIFFÉRENCE de marche des rayons ordinaires et extraordinaires	$10^6 \frac{\Delta}{V}$
16.0 — 17.5	43.5	— 0,0074	170
7.0 — 9.0	43.5	— 0,0106	325
7.5 — 8.5	36.6	— 0,0134	366
7.0 — 8.5	48.8	— 0,0169	346

HUILE DE PARAFFINE

Densité : 0,885

Approximation : environ 5 %

32.0 — 32.8	35.0	— 0,00669	191
31.8 — 32.8	38.8	— 0,007	200
30.5 — 32.8	38.8	— 0,00810	209
28.7 — 30.0	38.8	— 0,01021	262

Il est à remarquer que pour toutes les huiles observées la biréfringence est négative.

Pour mettre en évidence directement l'hétérogénéité des huiles, j'ai eu recours à trois sortes de phénomènes :

- 1° La centrifugation ;
- 2° L'application d'une différence de potentiel ;
- 3° La chaleur.

XI. *Influence de la centrifugation.* — Mes essais de centrifugation ont porté sur des huiles d'olives, de ricin et de vaseline. L'appareil réalisé avait une vitesse moyenne de 700 tours-minute, ce qui correspondait à une accélération maximum de 3.300 cgs ; la durée moyenne des essais était de 4 heures. Dans ces conditions, j'ai trouvé pour les huiles d'olives et de vaseline une différence mesurable entre les densités et les viscosités des couches supérieure et inférieure ; mais, même en doublant la durée de la centrifugation, je n'ai jamais pu obtenir un résultat appréciable avec l'huile de ricin, ce qui peut s'expliquer par la vitesse réduite du centrifugeur employé.

Quelques nombres donneront une idée de l'ordre de grandeur des différences observées.

(1) UMLAUF : « Ueber Doppelbrechung in rotirenden Flüssigkeiten », *Annalen der Physik*, neue Folge, XLV, page 905.

HUILE D'OLIVES

COUCHE INFÉRIEURE			COUCHE SUPÉRIEURE		
Température de l'huile	Durée d'écoulement en secondes	Densité à la même température	Température de l'huile	Durée d'écoulement en secondes	Densité à la même température
11,4	349	0,875	11,4	346	0,876
»	351	»	»	347	»
»	352	»	»	346	»
»	352	»	»	347,5	»

D'où viscosité de la couche supérieure $\eta_{s\ 11,4} = 0,975 \pm 0,004$.

D'où viscosité de la couche inférieure $\eta_{i\ 11,4} = 0,990 \pm 0,004$.

HUILE D'OLIVES ET GAIACOL

COUCHE INFÉRIEURE			COUCHE SUPÉRIEURE		
Température de l'huile	Durée d'écoulement en secondes	Densité à la même température	Température de l'huile	Durée d'écoulement en secondes	Densité à la même température
11,3	345	0,917	11,3	342	0,916
»	346	»	»	342,5	»
»	346	»	»	342,5	»

Viscosité de la couche supérieure $\eta_{s\ 11,3} = 1,012 \pm 0,003$.

Viscosité de la couche inférieure $\eta_{i\ 11,3} = 1,022 \pm 0,003$.

HUILE DE VASELINE (après centrifugation fractionnée)

Dans cette expérience, j'ai comparé la viscosité de la couche supérieure obtenue dans une première opération à celle de la couche inférieure obtenue en soumettant à une nouvelle centrifugation la couche inférieure primitive.

PREMIÈRE COUCHE SUPÉRIEURE		DEUXIÈME COUCHE INFÉRIEURE	
Température de l'huile	Durée d'écoulement en secondes	Température de l'huile	Durée d'écoulement en secondes
11,1	121	11,2	174
»	121	»	174
»	122	»	174

Il était intéressant de comparer, au point de vue du graissage, les couches ainsi séparées. Pour cette comparaison, j'ai utilisé la méthode du Laboratoire, de Neuchâtel, dont j'ai parlé plus haut (1).

Les résultats obtenus sont résumés par les courbes ci-jointes qui représentent les déviations de l'aiguille de l'appareil, proportionnelles au coefficient de frottement en fonction de la vitesse exprimée en radians-seconde.

Les courbes 1 et 2 (planche II) se rapportent aux couches supérieure et inférieure de la même huile d'olives après une centrifugation de 4 heures ; les courbes 3 et 4 de la planche III ont été obtenues huit jours après avec les mêmes huiles. Elles montrent l'instabilité des frottements dans le cas de

(1) Les planches II, III, IV, VI ont été en particulier obtenues avec l'appareil de laboratoire à Neuchâtel en utilisant des huiles que j'avais préparées. Je remercie MM. Jaquerod, Defossez et Mûgeli de m'avoir permis, en mettant amicalement leur grande expérience à ma disposition, de vérifier les résultats que j'ai obtenus.

la couche supérieure et indiquent que, quoique plus visqueuses, les couches inférieures graissent mieux.

Les courbes 5 et 6 (planche IV) permettent de comparer les couches supérieure et inférieure d'une huile de vaseline : ici encore, le minimum de frottement est plus bas pour la couche inférieure.

Dans mes premières expériences, même en augmentant la durée de la centrifugation, je n'avais obtenu aucun résultat avec l'huile de ricin ; après avoir porté à 3.742 tours-minutes la rotation de mon centrifugeur, j'ai pu, au bout de deux heures, séparer deux couches, ayant une viscosité légèrement différente, mais mesurable.

Les courbes (7 et 8) de la planche V montrent l'action différente de ces deux couches sur le frottement.

On peut se demander si de faibles variations de la température ambiante, dont on sait la grande influence sur la viscosité, ne suffisent pas à expliquer certaines des différences observées entre les courbes de frottement et si l'échauffement progressif de l'huile au pivot par suite du mouvement, échauffement qu'il n'est pas possible de mesurer, n'est pas de nature à changer l'allure des courbes. La variation de la viscosité avec la température suivant une loi exponentielle, il suffira, pour mettre en évidence cette deuxième influence, de tracer avec la même huile à deux températures différentes, toutes les autres conditions restant les mêmes, la courbe des frottements en fonction de la vitesse. La courbe en trait plein et les points non accentués de la partie inférieure de la planche V représentent ces frottements à 14°, les points accentués représentent les frottements en fonction de la vitesse à la température de 17° ; la plupart des points sont sur la courbe montrant que les faibles différences de température n'expliquent pas les différences entre les courbes. D'autres points qui s'en écartent beaucoup ont été réunis (courbe en pointillé) ; nous nous trouvons là en présence d'une altération passagère des frottements comme on en constate souvent, due soit à une poussière, soit à une bulle d'air.

XII. *Influence du champ électrique.* — Dans chacune des branches ascendantes d'un tube en U rempli d'huile j'ai placé une lame d'argent et j'ai maintenu pendant 24 heures entre deux lames une différence de potentiel de 220 volts. Les courbes I et II (planche VI) obtenues dans les mêmes conditions montrent l'effet de ce traitement sur le pouvoir lubrifiant. Non seulement la courbe relative à l'huile prélevée au pôle — est très au-dessus de celle correspondant à l'huile prélevée au pôle, + mais encore elle a une allure très irrégulière. Il semble que la différence de potentiel a eu pour effet de raréfier les éléments solides de l'huile au voisinage du pôle, — d'où une instabilité des frottements. Et cependant la viscosité de l'huile au pôle + est légèrement supérieure à celle de l'huile au pôle — ; ainsi, au cours d'essais effectués en remplaçant les lames d'argent par des fils de platine afin de se mettre à l'abri de toute cause d'erreur provenant d'une attaque des électrodes j'ai trouvé pour la durée d'écoulement dans un viscosimètre d'Ostwald à la température 16°8 pour l'huile positive 9 m. 22 sec., pour l'huile négative 8 m. 28 s.

La différence ainsi constatée dans les propriétés des huiles se conserve pendant plusieurs jours, lorsqu'on abandonne l'huile au repos dans le tube en U.

XIII. *Influence d'un traitement thermique.* — Mes expériences ont porté sur des huiles d'olives, de vaseline et de ricin.

J'ai comparé pour chacune d'elles des échantillons maintenus pendant trois heures entre -16° et -14° par un mélange réfrigérant de glace et de nitrate d'ammoniaque, puis lentement et régulièrement réchauffés de -14° à 0° avec des échantillons maintenus six heures à 70° . Les résultats ont été nets: d'une part la viscosité de l'échantillon refroidi s'est trouvée légèrement supérieure à la viscosité de l'échantillon chauffé, d'autre part les pouvoirs lubrifiants ont varié en sens inverse (planche VII).

La variation de la viscosité avec le traitement thermique antérieur a été observée par MM. Aubert et Joly et récemment étudiée dans le cas d'une huile de ricin par M. Gaston Dupouy (1).

Cette modification permanente des huiles autorise à attribuer à son effet les changements de marche des chronomètres observés après le passage à la glacière.

XIV. Les expériences précédentes apportent un sérieux appui à l'hypothèse formulée dès le début. Pour transformer l'hypothèse en certitude, il faudrait, partant d'un liquide visqueux, ne possédant aucune propriété lubrifiante, préparer artificiellement une huile, c'est-à-dire un liquide ayant au moins les deux propriétés suivantes : faible tension superficielle et biréfringence par déformation. C'est dans cette nouvelle voie que je me suis engagé, et après de longs essais, je suis arrivé à des résultats encourageants. La glycérine est un liquide très visqueux qui n'a, quelle que soit l'énergie de la déformation et la sensibilité des méthodes employées, jamais montré aucune trace de biréfringence. J'ai réussi, en lui incorporant 10 % environ d'une liqueur de platine colloïdal, à la rendre biréfringente par déformation. Ce phénomène est très net et la biréfringence ne cesse que très lentement après l'arrêt du cylindre de l'appareil de Kundt, dont la vitesse dans mes expériences a varié de 60 à 70 tours par seconde et la température de 20 à 30° .

La planche VIII présente des courbes de frottement obtenues avec une « pseudo huile » ayant à peu près la viscosité de l'huile d'olives dans les conditions de l'expérience et une tension superficielle voisine obtenue en ajoutant à de la glycérine tenant dans le cas de la courbe supérieure, en suspension de platine colloïdal, environ 25 % d'alcool éthylique.

C'est sur ces résultats qualitatifs que j'ai dû arrêter mes recherches, mais je compte prochainement les reprendre grâce à des subventions de la Caisse des recherches scientifiques, qui m'ont permis de réunir les ressources expérimentales qui, précédemment, me faisaient défaut.

(1) Gaston DUPOUY. *Recherches expérimentales sur la viscosité des huiles.*

CONCLUSIONS

En résumé :

1^o J'ai montré que l'étude de l'amortissement des oscillations permettait seule l'examen systématique des divers frottements qui agissent sur le système balancier-spiral et, par cette méthode employée directement sous sa forme la plus simple, j'ai pu :

a) Mettre en évidence une nouvelle cause de dissipation de l'énergie due à la compression et à la décompression périodique de l'air par le spiral ;

b) Expliquer la diminution d'amplitude des oscillations de balancier des chronomètres à la glacière et indiquer dans le cas d'un défaut d'isochronisme une nouvelle cause de l'erreur secondaire que l'emploi du balancier Guillaume rend très faible, sans cependant pratiquement la supprimer complètement lorsque ce défaut, et c'est généralement le cas, existe ;

2^o J'ai étudié une méthode d'enregistrement photographique de cet amortissement et je l'ai utilisée pour déterminer les coefficients de frottement indépendant et fonction de la vitesse ;

3^o J'ai pu ainsi préciser les conditions de graissage en horlogerie et mettre en évidence l'influence sur le pouvoir lubrifiant des huiles, de certaines substances, des parfums en particulier, qu'elles absorbent si facilement ;

4^o Pour relier les résultats expérimentaux et servir de guide à de nouvelles recherches, j'ai cherché à définir la structure physique des huiles que je considère comme constituées par des particules solides noyées dans un liquide très visqueux parfaitement liquide ; cette interprétation se rapproche de la théorie émise par M. Marcel Brillouin en partant d'autres considérations.

Je légitime ce mode de représentation par deux groupes de faits expérimentaux :

I. a) Les huiles deviennent biréfringentes par déformation ; dans le cas des expériences de Kundt, les bras de la croix font, avec les sections principales des nicols, un angle de 45° ;

b) Insuccès des expériences de Schwedoff et de Colin dans le cas des huiles.

II. a) On peut, par centrifugation ou application d'une différence de potentiel, séparer dans une huile deux couches ayant des propriétés lubrifiantes différentes, propriétés lubrifiantes qui varient d'ailleurs avec le traitement thermique antérieur ;

b) Des liquides comme la glycérine, ne présentant pas normalement le phénomène de Kundt, deviennent biréfringents par déformation si on leur incorpore des particules solides à l'état d'extrême division (platine colloïdal).

Ces dernières recherches ne sont encore qu'ébauchées et je me propose d'ailleurs de les continuer avec des moyens expérimentaux appropriés ; mais, dans leur état actuel, elles apportent des faits nouveaux et introduisent dans l'étude des lubrifiants un nouveau point de vue.

PLANCHES

Pl I

Déviations en degrés de l'aiguille

Radiations secondaires

0 25 50 75 100 125 150 175 200 225 250 275 300 325 350 375 400 425 450 475 500

— Courbe 1. huile ayant été soumise à l'écartement d'une différence de potentiel :
isole = 1. temps : 19°
Courbe II. même huile, mais éparpillée à 24 centimètres pendant 40 minutes d'une cloche à l'intérieur de laquelle était placé du camphre ; temps : 18° 5' à 19°

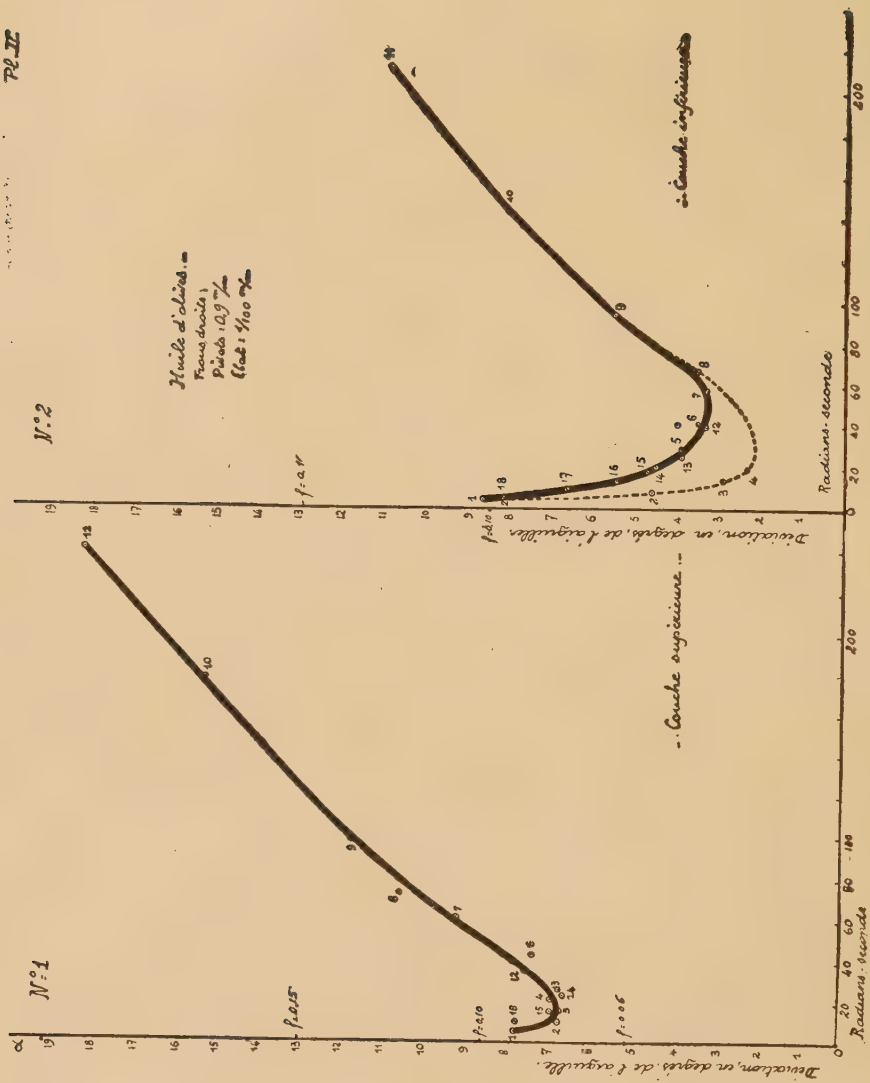
Poté. : 1^m/m.
Ecart : 1/100 m/m

Variations en degrés de l'aiguille

Radiations secondaires

0 20 40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 360 380 400 420 440 460 480 500

Poté. : 1^m/m.
Ecart : 1/100 m/m
Huile de :
Courbe 3. huile ordinaire temp : 19°
Courbe 4. même huile, maintenue à 45 mm sous une cloche contenant du camphre ; temp : 19° 5'



Pl. III

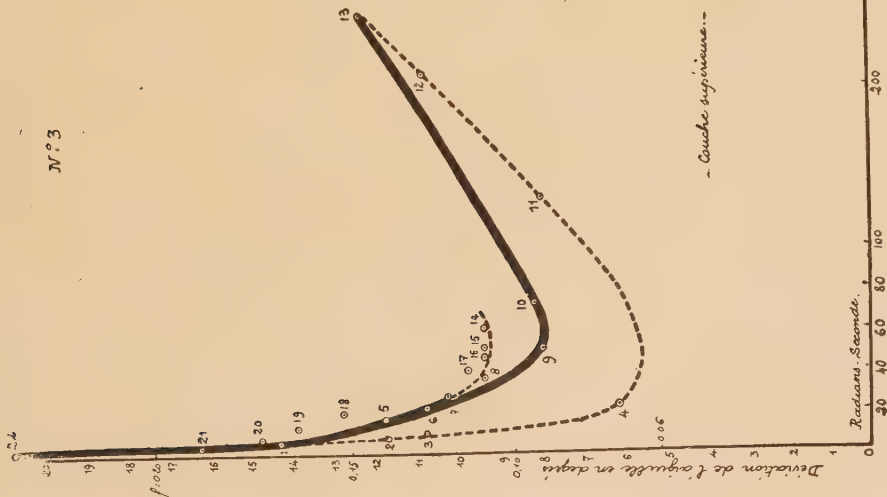
N° 4

Huile d'olive.
Trous droits
Rég. 0.7m 9
Etat. 1/100 mm



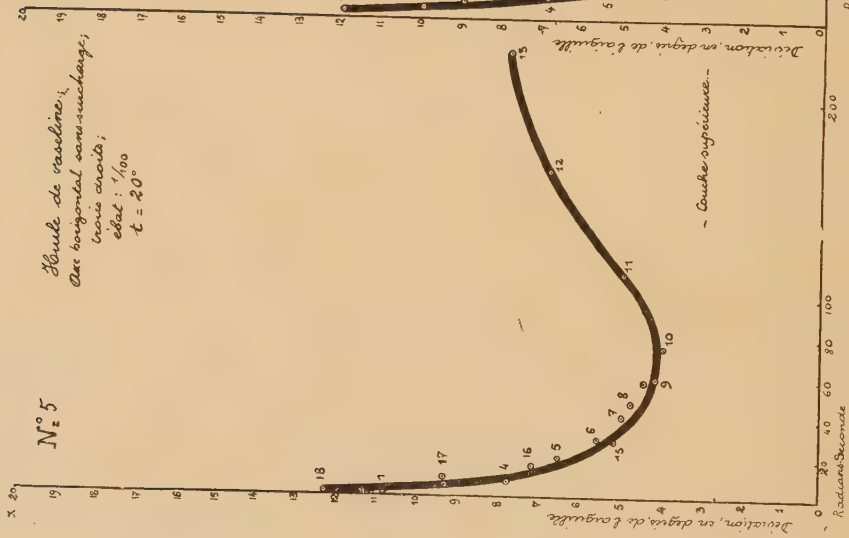
N° 3

Courbe supérieure.



N° 5

Huile de vaseline,
Arc horizontal sans surcharge,
trous droits;
état : 1/100
 $t = 20^{\circ}$



N° 6

Huile de vaseline,
Arc horizontal sans surcharge,
trous droits;
état : 1/100
 $t = 20^{\circ}$



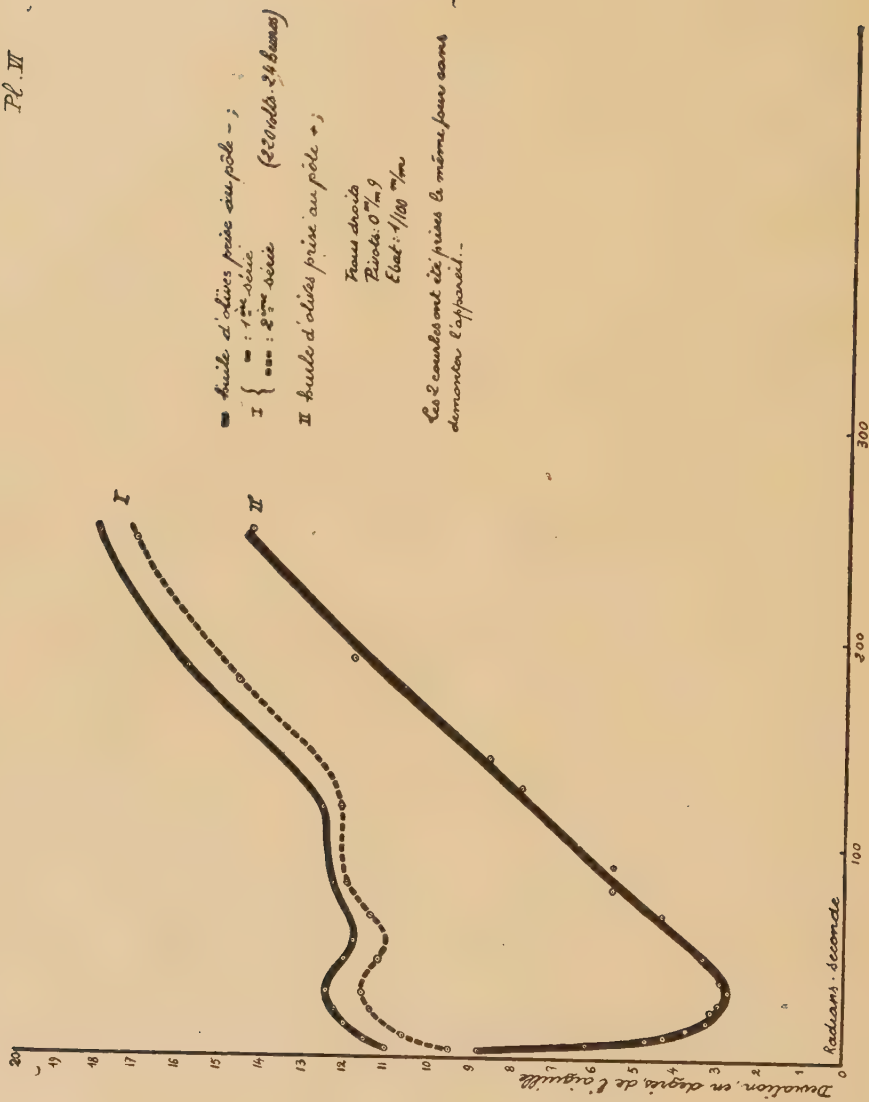
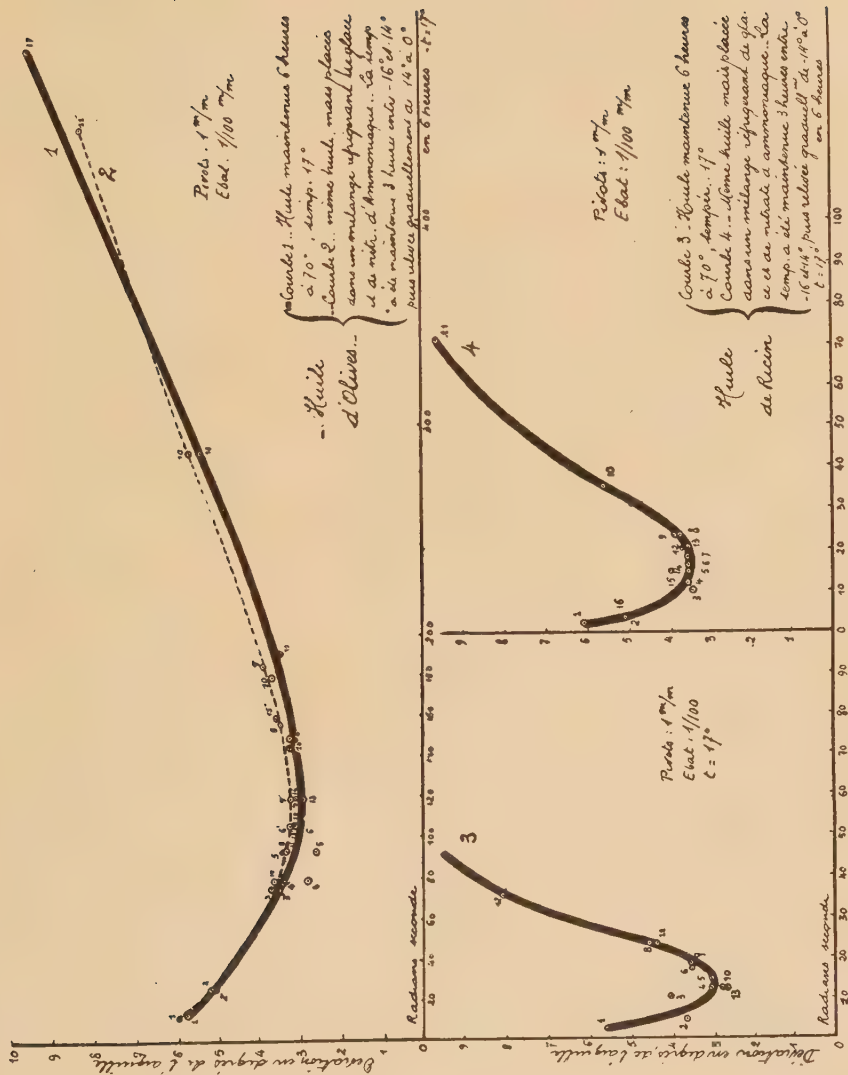


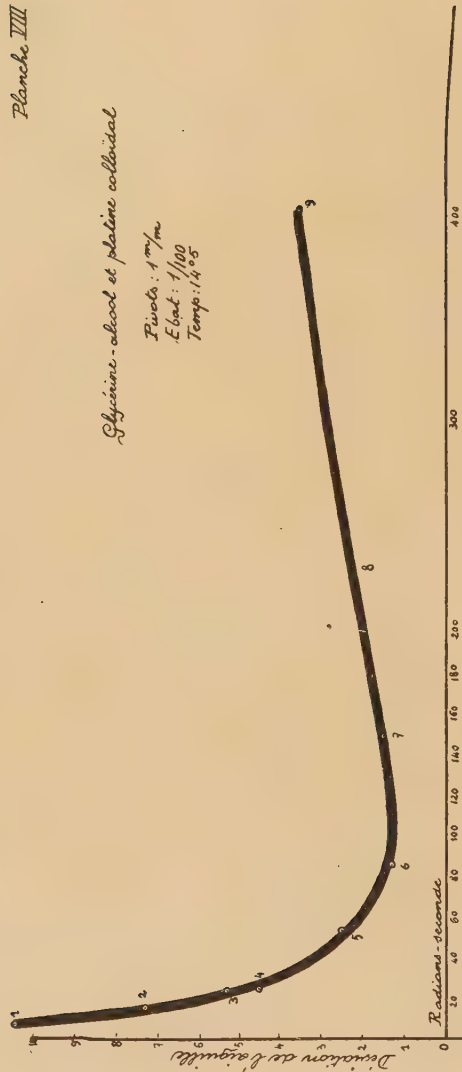
Planche VIII



Plaque VIII

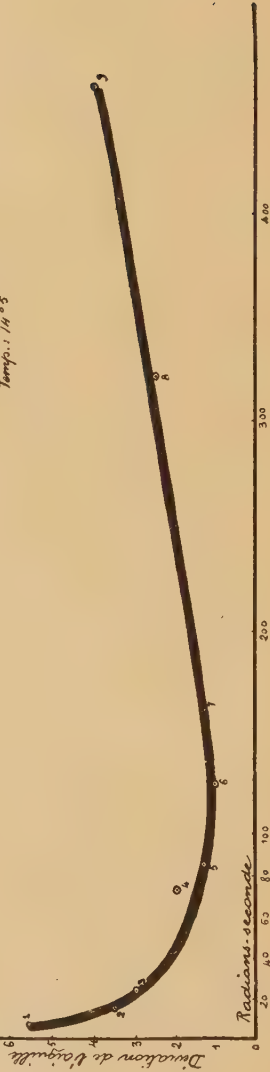
Glycine - alcool et platine collodale

Pivots: $1^m/1m$
 Ebat: $1/100$
 Temp: $14^{\circ}5$



Glycine et alcool

Pivots: $1^m/1m$
 Ebat: $1/100$
 Temp: $14^{\circ}5$





N° 4. Série h, pivots horizontaux secs



N° 2. Série n° 32, pivots verticaux lubrifiés à l'huile d'olives préparés pour l'étude de faibles amplitudes.



N° 3. Série n° 34, pivots verticaux lubrifiés à l'huile d'olives, enregistrement de grandes amplitudes.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
INTRODUCTION	1
 PREMIÈRE PARTIE. — <i>Détermination et classification des causes d'amortissement.</i>	
Influence de la pression	3
Influence du métal constituant le spiral	9
Frottement des pivots	15
Analyse du rôle des huiles	21
 DEUXIÈME PARTIE. — <i>Enregistrement photographique des oscillations.</i>	
Méthode	30
Réalisation de la méthode	34
Observation des clichés	37
Causes d'erreur	38
Résultats expérimentaux	42
Influence de l'excentricité du spiral	46
Détermination des coefficients de frottements	46
Applications diverses	49
 TROISIÈME PARTIE. — <i>Essai d'une théorie des huiles.</i>	
Nature et structure des huiles	51
Propriétés physiques	54
Contrôle expérimental de l'hypothèse émise	59
CONCLUSIONS	65
PLANCHES	67

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Carbures métalliques

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 13 novembre 1924

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

M. MOLLIARD.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

P. APPELL.

BESANÇON. — IMPRIMERIE JACQUES ET DEMONTROND.
